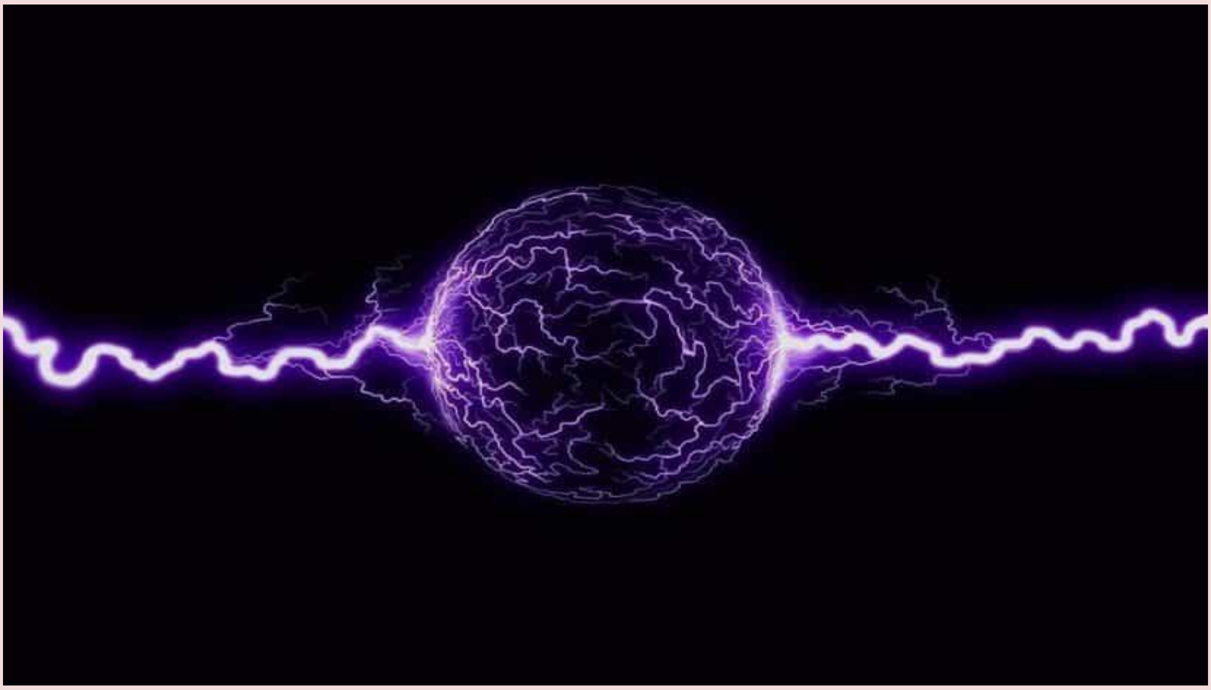


جامعة بغداد

كلية التربية للعلوم الصرفة / ابن الهيثم /

قسم الفيزياء

مادة الكهربائية / المستوى الاول

الدراسة الصباحية

أ.د. كريم علي جاسم

م.د. نضال موسى عبد الامير

م.د. شيماء قاسم عبد الحسن

الدراسة المسائية

أ.م.د. شذى هاشم مهدي

الفصل الأول

قانون كولوم Coulomb's Law

١-١ تعاريف ومبادئ اساسية

١- ظاهرة التكهرب

يمكن تعريف ظاهرة التكهرب على أنها:

عملية اكتساب أي جسم للشحنة الكهربائية، عندما يمتلك الجسم خاصية جذب الأشياء الخفيفة وهذا ما يحدث عند دلك مادتين ببعضهما مثلاً:

١. عند دلك ساق الأبونايت (البلاستك) بالفرو نحصل على شحنة سالبة.

٢. عند دلك ساق الزجاج بالحرير نحصل على شحنة موجبة، أي تنتقل الإلكترونات من الزجاج (يصبح موجب الشحنة) إلى الحرير (يصبح سالب الشحنة).

ويمكن تعريف ظاهرة التكهرب أيضاً على أنها:

عملية توزيع شحنات كهربائية على الأجسام نتيجة عدم تساوي الشحنات السالبة والموجبة على الجسم.

* فإذا كانت هذه الشحنات موجودة على:

١. سطح جسم عازل، أو ٢. جسم موصل معزول

فإنها تسمى ساكنة لأن محصلة القوى المؤثرة فيها = صفر.

* أما دراسة كهربائية الشحنات الساكنة فتسمى الكهربائية الساكنة (Electrostatic) أو الاستاتيكية وهي كهربائية مستقرة على هيئة شحنات متزنة.

* إن القوى بين الشحنات ***المتشابهة*** تكون قوى ***تنافر***، أما القوى بين الشحنات ***المختلفة*** فهي قوى ***تجاذب***.

* تكون المادة في حالتها الطبيعية متعادلة كهربائياً حيث تحتوي على مقدار متساوي من الشحنات الكهربائية الموجبة والسالبة، فعند دلك أي مادة (الزجاج أو البلاستك) يضطرب التعادل فيحصل انتقال بالشحنات بين الجسمين فيصبح أحدهما سالب والآخر موجب.

* هنالك جسيمات أخرى كثيرة تم اكتشافها منذ عام ١٩٤٠ ولحد الآن مثل:

١. البوزترون: وهو الجسم الذي يحمل نفس مقدار شحنة الإلكترون (ولكنها موجبة) وله نفس كتلة الإلكترون.

٢. النيوترينو

وغير ذلك من الجسيمات الأولية المستقرة وغير المستقرة التي اكتشفت في الأشعة الكونية.

٢- المادة والشحنة The Charge and the Matter

تتركب ذرات المادة من الدقائق الآتية:

١. البروتون (p) يحمل شحنة موجبة تعادل الشحنة السالبة للإلكترون في المقدار.

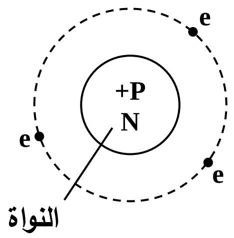
٢. النيوترون (n) لا يحمل شحنة.

٣. الإلكترون (e) يحمل الشحنة السالبة.

وتتكون الذرة في نواة تتكدس فيها البروتونات (p) والنيوترونات (n)، فهي بذلك موجبة الشحنة، محاطة بسحابة من الإلكترونات.

تكون الذرة الاعتيادية في حالتها الطبيعية (غير مشحونة)، أي متعادلة كهربائياً.

وهذا يعني:



مجموع الشحنات السالبة = مجموع الشحنات الموجبة

$$p = e$$

مجموع الشحنات للإلكترونات = مجموع شحنات النواة

$\therefore$ **الشحنة الكلية للذرة = صفر**

ملاحظات:

* ***كتلة البروتون*** $m_p = 1.6725 \times 10^{-27}$ Kg

* ***كتلة النيوترون*** $m_n = 1.6748 \times 10^{-27}$ Kg

وهذا يعني

كتلة البروتون ≈ كتلة النيوترون $\approx 1.67 \times 10^{-27}$ Kg

* ***كتلة الإلكترون*** $m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ Kg

أي أن:

كتلة الإلكترون أصغر بحوالي (١٨٤٠) مرة من كتلة البروتون لذا:

فإن كتلة الذرة تعتبر مركزة في النواة

* تكون نواة الذرة بشكل كرة . اذن:–

قطر النواة $R_N = 1 \times 10^{-15}$ m (لذرة الهيدروجين) وهي أصغر الذرات وأبسطها.

قطر النواة $R_N = 7 \times 10^{-15}$ m (للذرة الثقيلة مثل اليورانيوم).

قطر الذرة $R_A = 1 \times 10^{-10}$ --- 3×10^{-10} m.

وهذا يعني: أن قطر الذرة أكبر من قطر النواة بحوالي 10^5 مرة.

٣– العدد الذري Atomic number (Z)

وهو يمثل عدد الإلكترونات الدائرة حول النواة في ذرة أي عنصر في حالتها الطبيعية وهو يساوي عدد البروتونات داخل النواة.

٤– العدد الكتلي Mass Number (A)

وهو يمثل عدد البروتونات (p) والنيوترونات (n) الموجودة في ذرة أي عنصر

$$\boldsymbol{A = p + n}$$

٥- النظائر Isotopes

هي الذرات التي لها نفس العدد الذري ولكنها تختلف في عددها الكتلي

$_{Z}H^{A}$

∴ تكون الخواص الكيميائية للنظائر متشابهة، لأن هذه الخواص تعتمد على عددها الذري، أي عدد الإلكترونات وتوزيعها خارج النواة.

أما الخواص الفيزيائية للنظائر فتكون مختلفة وذلك نتيجة لاختلافها في كتلها.

<u>مثال (١)</u>

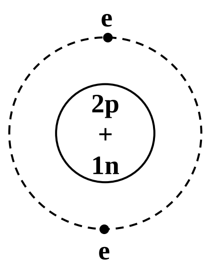
ذرة الهيدروجين توجد بشكل ثلاث نظائر هي:

$_{1}H^{3}$	$_{1}H^{2}$	$_{1}H^{1}$
3- (p + 2n)	2- (p + n)	1- النواة تحتوي (p) فقط

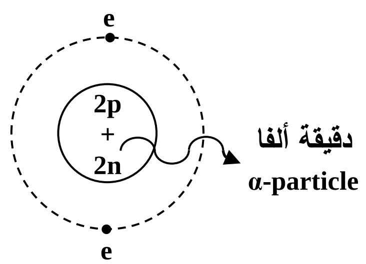
<u>مثال (٢)</u>

الهليوم يوجد على شكل نظيرين

$_{2}He^{3}$, $_{2}He^{4}$



2p + n



2p + 2n

٦- قانون حفظ الشحنة Charge Conservation

أن الشحنة الكهربائية لا تفنى ولا تستحدث

مثال: عندما يتحد إلكترون (e) مع البوزترون فان الناتج هوً أشعة كاما

$$(-e) + (+e) \rightarrow \gamma$$

حيث تتحول ***<u>كتلتا الدقيقتين</u>*** إلى ***<u>طاقة</u>*** طبقاً لمعادلة انشتاين

$$E = mc^2$$

٧- وحدة قياس الشحنة Charge Measurement Unit

تقاس الشحنة ***بالكولوم*** (C) ويعرف على أنه: كمية الشحنة للمادة خلال مقطع عرضي للسلك في الثانية الواحدة

$$1C = 10^6\ \mu C$$

١ - ٢تقسيم المواد Material Division

يمكن تقسيم المواد من حيث قابليتها في نقل الشحنات الكهربائية خلالها إلى الأقسام الآتية:

أ. المواد الموصلة Conductors

ب. المواد العازلة Insulators

ج. المواد شبه الموصلة Semiconductors

أ-المواد الموصلة Conductors

وهي المواد التي تنتقل خلالها الشحنة الكهربائية في الحال، وتعتبر من أجود المواد إيصالاً للكهربائية مثل:

١. الفضة ٢. النحاس ٣. الألمنيوم

وإن هذا يعود إلى التركيب البلوري (Crystal Structure) لهذه المعادن، حيث يتراصف عدد من الذرات مكوناً نظاماً هندسياً معيناً يسمى بشبيكة بلورية (Crystal Lattice) وبتكرار هذا التنظيم في اتجاهات ثلاثة متعامدة مكونة الجسم الذي نراه.

إن الإلكترونات الموجودة في الذرات تكون على نوعين:

١. إلكترونات التكافؤ Valence Electrons

* وهي إلكترونات المدارات الخارجية وعددها يتراوح (3-1) في المعادن، وتكون جميعها مشتركة بين جميع الذرات فهي ليست تابعة لذرة معينة.
* يكون ارتباط هذه الإلكترونات ضعيفاً بنواة الذرة، لذا فهي حرة في التنقل داخل التركيب البلوري للمعادن لهذا تدعى أيضاً بالإلكترونات الطليقة (Free Electrons) وبتنقلها هذا تجعل المعادن متميزة عن غيرها في جودتها للتوصيل الكهربائي.

٢. الإلكترونات المقيدة Bound Electrons

* وهي إلكترونات المدارات الداخلية، حيث تكون مرتبطة بنواة الذرة بقوى كهربائية قوية.
* هناك حالات أخرى قد تكون الآيونات موجبة الشحنة والآيونات سالبة الشحنة مسؤولة عن نقل الشحنات الكهربائية كما هة في المحاليل الإلكتروليتية التي تعتبر من الموصلات الجيدة.

ملاحظة:

إن الشحنات السالبة هي المسؤولة عن نقل الشحنة في المعادن. أما الشحنات الموجبة الموجودة في داخل نوى الذرات فهي ثابتة في أماكنها في التركيب البلوري للمعدن.

ب-المواد العازلة Insulators

وهي المواد التي تحتوي على ندرة من الشحنات الحرة فلا تسمح بمرور التيار الكهربائي.

حيث أن جميع إلكترونات المدار الخارجي للذرة تكون مرتبطة بالنظام البلوري أو التركيب الجزيئي للمادة ومن أمثالها: الزجاج، البلاستك، المايكا، الكبريت، الهواء الجاف، الماء المقطر.

ج-المواد شبه الموصلة Semiconductors

* وهي المواد التي لها خواص وسطية بين الموصلات والعوازل من حيث قابليتها في التوصيل الكهربائي ومن أشهرها الجرمانيوم والسليكون
* تكون عازل جيد في درجات الحرارة الواطئة.
* تكون موصل جيد في درجات الحرارة العالية.
* تستعمل في صناعة الترانزستورات والخلايا الشمسية.
  - الجرمانيوم رباعي الكتافؤ، تركيبه البلوري نفس التركيب البلوري للماس.
* في درجات الحرارة المنخفضة جداً أو القريبة من الصفر: للبلور النقية لعنصر الجرمانيوم تكون جميع الإلكترونات مشدودة بأواصر فيكون الجرمانيوم عازل قوي في هذه الحالة.
* أما إذا رفعت درجة حرارته إلى درجة حرارة الغرفة مثلاً: فإن الطاقة الحرارية التي تكتسبها الإلكترونات تكون كافية لكسر بعض الأواصر وتحرير قسم من الإلكترونات لتتجول داخل البلورة فتصبح موصلة.
* كما بالإمكان زيادة قابلية التوصيل الكهربائي بإضافة كميات صغيرة من الشوائب إلى بلورة الجرمانيوم مثل الزرنيخ أو القصدير أو أي عنصر خماسي التكافؤ. حيث ترتبط كل ذرة زرنيخ بذرات الجرمانيوم الأربعة المجاورة لها بأربعة إلكترونات فقط في مدارها الخارجي. أما الإلكترون الخامس فيبقى طليقاً ليقوم بمهمة التوصيل لكن بدرجة أضعف مما عليه في المعادن.

يدعى شبه الموصل هذا مادة نصف الموصلة من النوع السالب (N-type) لأن الإلكترونات هي المسؤولة عن توصيل الكهربائية للمادة.

* كما بالإمكان زيادة قابلية التوصيل الكهربائي بإضافة كمية صغيرة من أحد العناصر ثلاثية التكافؤ كالألمنيوم أو البورون إلى بلورة الجرمانيوم حيث تحتوي على ذرة ألمنيوم بدلاً من إحدى ذرات الجرمانيوم كمادة شائبة.

تعجز ذرة الألمنيوم عن تهيئة إلكترون رابع لكي يكتمل التنظيم البلوري وترتبط ذرة الألمنيوم (التي يحتوي مدارها الخارجي ثلاثة إلكترونات) بذرات الجرمانيوم الأربعة المجاورة، فيتولد فراغ في البلورة يدعى فجوة (Hole)

تكون على استعداد لتقبل إلكترون في الحال لكي يملأ الفجوة الذي بدوره يولد فجوة أخرى تملأ من قبل إلكترون آخر وبذلك يتكون ما يمكن اعتباره نمطاً لنقل الشحنات الكهربائية وبذلك يصبح الحديث عن هذه الفجوات بدلاً من الإلكترونات المنتقلة واعتبارها كشحنات مماثلة للإلكترونات لكنها تحمل شحنة موجبة. وعليه فإن بلورة الجرمانيوم المحتوية على الألمنيوم كعنصر شائب تعتبر مادة نصف موصلة من النوع الموجب (P-type).

ملاحظات مهمة:

علاقة المواد الثلاثة بطبيعة الذرة

* ترتبط الإلكترونات بالنواة بسبب الجذب الكهربائي بينها وبين النواة.
* لا تتواجد إلكترونات بين المدرات.
* تميل الذرة أن يكون مدارها الخارجي مشبعاً بالإلكترونات لتصبح أكثر استقراراً.
* تفقد الذرة إلكترون أو أكثر إذا اكتسبت طاقة كافية لتحرير إلكترون متغلباً على قوة جذب النواة له.
* تحتاج المادة الموصلة إلى طاقة قليلة جداً لتفقد عدد من إلكتروناتها.
* تحتاج المادة العازلة إلى طاقة عالية جداً لتفقد عدد من إلكتروناتها.
* تحتاج المادة شبه الموصلة إلى طاقة أكثر بقليل من المادة الموصلة ليتحرر إلكترونها.

١-٣ قانون كولوم Coulomb's Law

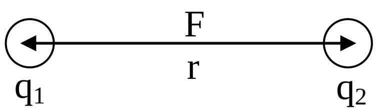
ينطبق قانون كولوم على:

١. الشحنات الصغيرة جداً (الشحنات النقطية)

٢. الأجسام الكروية المشحونة والتي يمكن تحديد مركز الشحنات فيها.

ويمكن أن تعرف الشحنات النقطية (Point Charge):

هي تلك الشحنات التي تكون أبعادها صغيرة جداً مقارنة بالمسافة الفاصلة بينها.



وحيث أن هنالك قوة بين الشحنات فإن:

١. هذه القوة تتناسب عكسياً مع مربع المسافة بين الشحنتين أي أن:

$$F \propto \frac{1}{r^2}$$

٢. هذه القوة تتناسب طردياً مع حاصل ضرب الشحنتين.

$$F \propto q_1q_2$$

وبذلك ينص ***قانون كولوم*** على أنه:

تتناسب القوة بين شحنتين طردياً مع حاصل ضربهما وعكسياً مع مربع المسافة بينهما. وبذلك نحصل على:

$$F \propto \frac{q_1q_2}{r^2}$$

$$F = K\frac{q_1q_2}{r^2}$$

$$\because K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}$$ (ثابت التناسب)

$$\boxed{\therefore F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}}\frac{q_1q_2}{r^2}$$

ووفق النظام المتري (m.Kg.sec)

ε_o = Permittivity Constant ثابت السماحية

$= 8.85 \times 10^{-12}\ C^2/N.m^2$ (للفراغ)

$$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} = 9 \times 10^9\ N.m^2/C^2$$

حيث أن

وحدات q_1، q_2 = C كولوم

وحدات المسافة r = m متر

وحدات القوة F = N نيوتن

∴ تصبح المعادلة:

$$\boxed{F = 9 \times 10^9\ \frac{q_1q_2}{r^2}}$$

وهذه المعادلة تشابه قانون الجذب العام بين جسمين:

$$F = G\frac{m_1m_2}{r^2}$$

إلا أن الفرق هو

* قوة الجذب دائماً قوة تجاذب لأن قيمة الكتل موجبة دائماً.
* ثابت الجذب العام $G = 6.7 \times 10^{-11}\ N.m^2/Kg^2$.

ملاحظات مهمة جداً:-

١. بالنسبة للأجسام الموصلة المعزولة فإن الشحنات تستقر على سطوحها.

٢. وحدات الشحنة الكولوم أو مايكروكولوم

كولوم 10^{-6} = مايكروكولوم

ويمكن أن يعرف التيار على أنه: ***كمية الشحنة المادة خلال مقطع عرضي للسلك في الثانية الواحدة، فإذا كانت قيمة التيار المار في السلك أمبير واحد فإن الشحنة تساوي كولوم واحد.***

أي أن: $q = i\,t$

$$\therefore i = \frac{q}{t} = \frac{C}{sec} = amp.$$

٣. الصيغة الاتجاهية لقانون كولوم

$$\bar{F} = K\,\frac{q_1 q_2}{r^2}\,\hat{r}$$

حيث أن $\hat{r}$:

متجه مقداره واحد واتجاهه من q_1 إلى q_2 ويسمى وحدة المتجه (Unit Vector)

٤.

* إذا كان الوسط الفاصل بين الشحنتين هو الفراغ فإن K

$$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}$$

ε_o = ثابت سماحية الفراغ

* إذا كان الوسط الفاصل بين الشحنتين ليس فراغاً فإن:

$$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon}$$

ε = ثابت سماحية الوسط العازل

٥. ثابت العزل K هو معامل النفوذية النسبي

$$K = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_o}$$

K = ١ للهواء أو الفراغ

تتراوح قيمة K من (1-10) لمعظم المواد

مثال (١)

ما مقدار قوة التنافر بين بروتونين في نواة ذرة الحديد علماً أن المسافة الفاصلة بينهما هي $(4 \times 10^{-15}\ m)$

$$F=\frac{Kq_1q_2}{r^2}=\frac{9\times10^9\times1.6\times10^{-19}\times1.6\times10^{-19}}{(4\times10^{-15})^2}=14\ N$$ نيوتن

في هذا يتبين أن قوة التنافر بين البروتونات داخل النواة هي قوة هائلة.

مثال (٢)

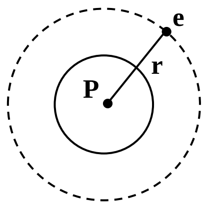
في عام (١٩١٣) وضع العالم بوهر نظريته المشهورة لذرة الهيدروجين وقال بأنها تتكون من نواة تحتوي على بروتون واحد يدور حولها إلكترون واحد في مسار دائري. قارن بين قوة الجذب الكهربائية وبين قوة الجذب الكتلي بين الإلكترون والنواة، علماً أن نصف قطر الدوران يساوي (5.3×10^{-11} m).

١. قوة الجذب الكهربائية (F_e) يمكن إيجادها من قانون كولوم

$$F_e=\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\times\frac{q_1q_2}{r^2}=\frac{Kq_1q_2}{r^2}$$

$$F_e=\frac{9\times10^9\times1.6\times10^{-19}\times1.6\times10^{-19}}{(5.3\times10^{-11})^2}$$

$$F_e=8.2\times10^{-8}\ N$$



٢. قوة الجذب الكتلي يمكن إيجادها من قانون نيوتن في الجذب العام

$$F_g=\frac{Gm_1m_2}{r^2}$$

كتلة الإلكترون = m_1

كتلة البروتون = m_2

$$\therefore F_g=\frac{6.7\times10^{-11}\times9.1\times10^{-31}\times1.7\times10^{-27}}{(5.3\times10^{-11})^2}=3.7\times10^{-47}\ N$$

$$\therefore \frac{F_e}{F_g}=\frac{8.2\times10^{-8}}{3.7\times10^{-47}}=2.2\times10^{39}$$

$\therefore$ القوة الكهربائية أكبر من قوة الجذب الكتلي بحوالي (2×10^{39}) مرة

$F_e >>> F_g$

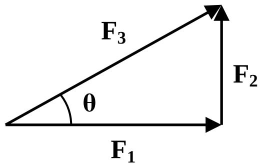
$\therefore$ القوى الكهربائية هي القوى التي لها شأن أكبر في عالم الذرة.

ملاحظة

لحل مسائل القوى بطريقة المتجهات:

١. جمع المتجهات

$$\overline{F}=\overline{F_1}+\overline{F_2}$$

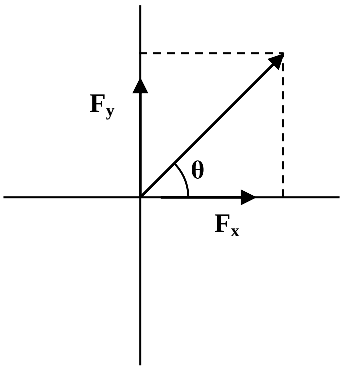


$$F = \sqrt{F_1 + F_2}$$

$$\tan\theta = \frac{F_2}{F_1}$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1}\frac{F_2}{F_1}$$

٢. تحليل المتجهات



$F_x = F\cos\theta$

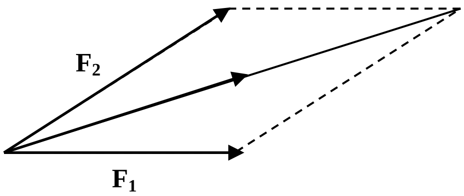
$F_y = F\sin\theta$

$$\overline{F} = \overline{F_x} + \overline{F_y}$$

$$F = \left|\overline{F}\right| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{F_y}{F_x}$$

٣. قانون الجيب تمام



$$F^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\theta$$

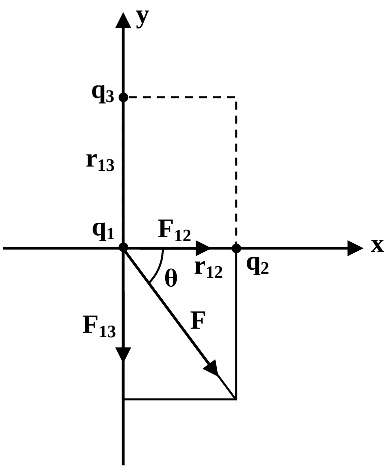
$$\sqrt{F = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\theta}$$

مثال (٣)

يبين الشكل المجاور ثلاث شحنات نقطية q_1، q_2، q_3. احسب القوة المؤثرة على الشحنة q_1 علماً أن:

$q_1 = +1.0 \times 10^{-6}$ C, $q_2 = -3.6 \times 10^{-6}$ C, $q_3 = +4.8 \times 10^{-6}$ C

$r_{13} = 4$ m, $r_{12} = 3$ m



F_{12} = القوة المؤثرة على الشحنة q_1 من قبل الشحنة q_2

وهي قوة تجاذب.

F_{13} = القوة المؤثرة على الشحنة q_1 من قبل الشحنة q_3

وهي قوة تنافر.

من قانون كولوم يمكن إيجاد قيمة F_{12} و F_{13}

$$F_{12} = \frac{Kq_1q_2}{r^2} = \frac{9\times10^9 \times (1\times10^{-6})\times(3.6\times10^{-6})}{(3)^2} = 36\times10^{-4}\ \text{N}$$

$$F_{13}=\frac{Kq_1q_3}{r^2}=\frac{9\times10^9\times(1\times10^{-6})\times(4.8\times10^{-6})}{(4)^2}=27\times10^{-4}\ \text{N}$$

إن القوة الكلية التي تؤثر على الشحنة q_1 هي المجموع الاتجاهي لكلا القوتين

ولما كانت F_{12}، F_{13} متعامدتين فمقدار محصلتهما يساوي $\overline{F}=\overline{F_{12}}+\overline{F_{13}}$

$$F=\sqrt{(F_{12})^2+(F_{13})^2}=45\times10^{-4}\ \text{N}$$

أما اتجاه F فيمكن تعيينه من حساب الزاوية θ المبينة في الرسم

$$\tan\theta=\frac{F_{13}}{F_{12}}=\frac{27\times10^{-4}}{36\times10^{-4}}=0.75$$

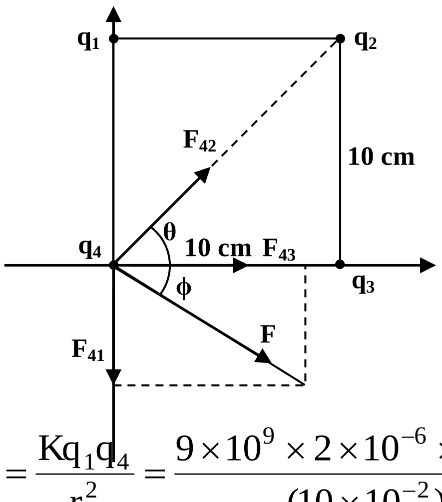
$$\therefore\theta=36.9^\circ$$

مثال (٤)

احسب محصلة القوى التي تؤثر على الشحنة q_4 كما مبين في الشكل المجاور علماً بأن:

$$q_1=+1\times10^{-6}\ \text{C},\ q_2=-1\times10^{-6}\ \text{C},\ q_3=-2\times10^{-6}\ \text{C},\ q_4=+2\times10^{-6}\ \text{C}$$
r = 10 cm

نحدد اتجاهات القوى الثلاث F_{41}, F_{42}, F_{43} التي تؤثر علـى الشـحنة q_4 مـن قبـل الشـحنات q_1، q_2، q_3 وباستخدام قانون كولوم يمكن إيجاد مقاديرها



$$F_{41}=\frac{Kq_1q_4}{r^2}=\frac{9\times10^9\times2\times10^{-6}\times1\times10^{-6}}{(10\times10^{-2})^2}=1.8\ \text{N}$$

$$F_{42}=\frac{Kq_2q_4}{r^2}=\frac{9\times10^9\times2\times10^{-6}\times1\times10^{-6}}{(10\times10^{-2})^2}=0.9\ \text{N}$$

$$F_{43}=\frac{Kq_3q_4}{r^2}=\frac{9\times10^9\times2\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{(10\times10^{-2})^2}=3.6\ \text{N}$$

أما محصلة هذه القوى الثلاث فتساوي المجموع الاتجاهي لها

$$\overline{F}=\overline{F_{41}}+\overline{F_{42}}+\overline{F_{43}}$$

ولحساب مقدار المحصلة نجد أولاً مجموع المركبات الأفقية (F_x) للقوى الثلاث

$F_x = F_{43} + F_{42} \cos\theta$

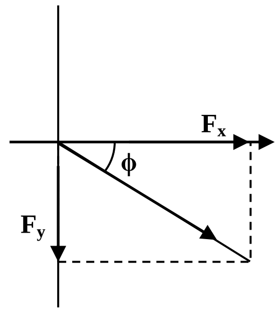
$F_x = 3.6 + 0.9 \cos 45° = 4.2$ N

ثم نجد مجموع المركبات العمودية (F_y)

$F_y = F_{42} \sin\theta - F_{41}$

$F_y = 0.9 \sin 45° - 1.8 = -1.2$ N

إن إشارة السالب تعني أن تجاه (F_y) يكون نحو الأسفل أي اتجاه السالب لمحور (y).



$$F = \sqrt{F_x^{\,2} + F_y^{\,2}}$$

F = 4.4 N

ولتعيين اتجاه القوة المحصلة نحسب الزاوية التي تصنعها F مع محور −x

$$\tan\phi = \frac{F_y}{F_x} = \frac{1.2}{4.2} = 0.29$$

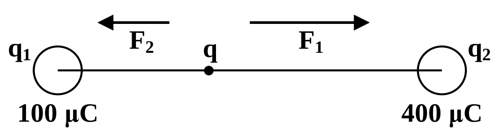
$$\therefore \phi = 16$$

مثال (٥)

جسمان صغيران يحملان شحنتين مقدارهما $(100\ \mu C)$ $(400\ \mu C)$ وضعا على بعد $(6\ cm)$، في أي نقطة على الخط الواصل بينهما يجب أن يوضع جسم آخر يحمل شحنة مقدارها (q) بحيث تكون القوة المؤثرة على هذه الشحنة صفراً.

نفرض بعد النقطة الواجب وضع الشحنة (q) فيها لكي تكون محصلة القوى المؤثرة عليها = صفر على بعد (x) من الشحنة q_1.

بعد q عن q_2 = 6 - x



$$F_1 = \frac{Kq_1 q}{x^2}$$

$$F_2 = \frac{Kq_2 q}{(6-x)^2}$$

بما أن محصلة القوى المؤثرة على q تساوي صفر

$$\therefore F_1 = F_2$$

$$\frac{Kq_1 q}{x^2} = \frac{Kq_2 q}{(6-x)^2}$$

$$\therefore \frac{q_1}{x^2} = \frac{q_2}{(6-x)^2}$$

$$\frac{100}{x^2} = \frac{400}{(6-x)^2}$$ بأخذ الجذر التربيعي لطرفي المعادلة

$$\frac{10}{x} = \frac{20}{(6-x)}$$

$2x = 6 - x$

$3x = 6$

$\therefore\ x = 2\ cm$

مثال (٦)

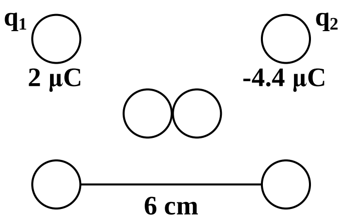
كرتـان معدنيتان تحمـلان شـحنتين مقدارهما ($+2\ \mu C$) و ($-4.4\ \mu C$). جلبت إحداهما لكـي تلامس الأخرى ثم وضعتا على مسافة قدرها ($6\ cm$). ما مقدار القوة الكهروستاتيكية العاملة فيهما وهل هي قوة تجاذب أم تنافر؟

$+2 - 4.4 = -2.4\ \mu C$

الشحنة المتبقية بعد التلامس

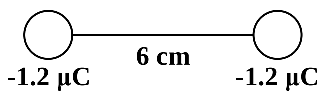
هذه الشحنة تتوزع على الكرتين بصورة متساوية

∴ مقدار الشحنة على كل كرة بعد التلامس يساوي



$2.4 \div 2 = 1.2\ \mu C$

$$\therefore F = \frac{Kq_1q_2}{x^2}$$

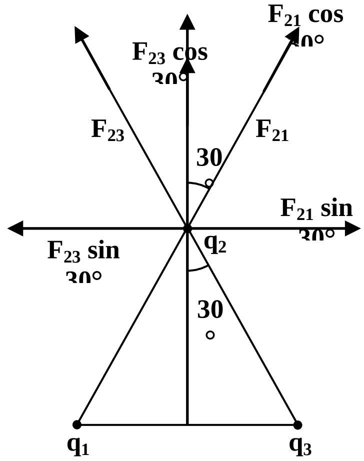


$$F = \frac{9\times10^9 \times 1.2\times10^{-6} \times 1.2\times10^{-6}}{(6\times10^{-2})^2}$$

$F = 3.6\ N$ وهي قوة تنافر كون الشحنتين تحملان شحنة سالبة

مثال (٧)

وضعت ثلاث شحنات نقطية مقدار كل منها ($q\ C$) على رؤوس مثلث متساوي الأضلاع. احسب القوة التي تؤثر على كل شحنة إذا علمت أن طول ضلع المثلث يساوي ($10\ cm$).



القـوة المـؤثرة علـى الشـحنة q_2 مـن قبـل q_1 و q_3 (F_{21}، F_{23}) متساويتان لأن الشحنات متساوية والمسافات متساوية.

$$\therefore F_{21} = F_{23} = \frac{Kq^2}{r^2}$$

ولحسـاب مقـدار محصـلة هـاتين القـوتين نجـد مجمـوع المركبـات الأفقية F_x والمركبات العمودية F_y:

$F_y = F_{21}\cos 30° + F_{23}\cos 30° = 2F_{23}\cos 30°$
$F_x = F_{21}\sin 30° - F_{23}\sin 30° = 0$

$$\therefore F = F_y = \frac{2\times 9\times 10^9 \times q^2}{(10\times 10^{-2})^2} * \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore F = (15.6\times 10^7\ q^2)\ N$$

واتجاهها باتجاه محور y الموجب.

أسئلة عامة عن الفصل الأول

س١: عند رؤوس مثلث متساوي الأضلاع (a, b, c) طول ضلعه (30 cm) وضعت شحنات نقطية متماثلة قيمتها (q = 1.5 µC)، احسب:

أ. مقدار واتجاه القوة المؤثرة على الشحنة في الرأس (a).

ب. ما قيمة وموقع شحنة رابعة تجعل المجموعة متزنة ميكانيكياً؟

س٢: احسب القوة المؤثرة على q_2 والمبينة في الشكل

س٣: وضعت ثلاث شحنات قيمة كل منها (20 µC) على طول خط مستقيم حيث تكون المسافة الفاصلة بين كل شحنتين متتاليتين (2 m). احسب القوة المؤثرة على الشحنة الواقعة أقصى اليمين.

س٤: وضعت ثلاث شحنات نقطية على المحور (x) عند النقاط التالية:

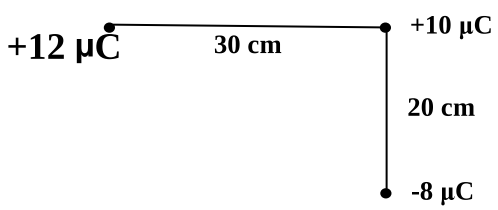
+2 µC عند $x_o = 0$

-3 µC عند x = 40 cm

-5 µC عند x = 120 cm

احسب القوة المؤثرة على الشحنة (-3 µC).

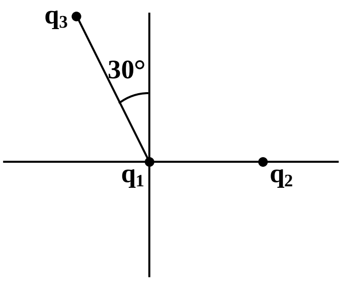
س٥: احسب مقدار واتجاه القوة المؤثرة على الشحنة (+10 µC) في الشكل المبين:



س٦: ثبتت أربع شحنات نقطية q+، 2q+، 2q-، q- عند رؤس مربع طول ضلعه ($\alpha = 5$ cm)، فإذا كانت قيمة $q = 1 \times 10^{-8}$ C، احسب القوة الكهروستاتيكية عند الرأس الذي شحنته (2q+).

س٧: كرتان مشحونتان بشحنتين موجبتين المسافة بينهما (2 m) وقوة التنافر بينهما (1.0 N)، فإذا كان مجموع الشحنتين (50 μC)، ما مقدار كل شحنة؟

س٨: كرتان صغيرتان معلقتان كما في الشكل المجاور، كتلة كل منهما (m = 5 g) بخيطين طول كل منهما (1 m). ما مقدار الشحنة (q) التي يجب أن تشحن بها كل من الكرتين حتى تصبح زاوية الانفراج بين الخيطين (θ = 20°)؟



س٩: في الشكل المبين، إذا كانت:

$q_1 = -1.0 \times 10^{-6}$ C $r_{12} = 15$ cm

$q_2 = +3 \times 10^{-6}$ C $r_{13} = 10$ cm

$q_3 = -2 \times 10^{-6}$ C $\theta = 30°$

احسب مقدار واتجاه القوة التي تؤثر على q_1.

س١٠: وضعت أربع شحنات نقطية شحنة كل واحدة (3 μC+) على رؤوس مربع طول ضلعه (40 cm)، أوجد القوة المؤثرة في أي من هذه الشحنات.

س١١: شحنتان نقطيتان (q_1، q_2) تفصل بينهما مسافة قدرها (3 m) والشحنة الكلية المشتركة لهما تساوي (20 μC):

أ. احسب كل من الشحنتين، إذا علمت أن كل منهما تتنافر مع الأخرى بقوة مقدارها (0.075 N).

ب. إذا كانت القوة بين الشحنتين قوة تجاذب مقدارها (0.525 N)، فما قيمة كل من الشحنتين في هذه الحالة.

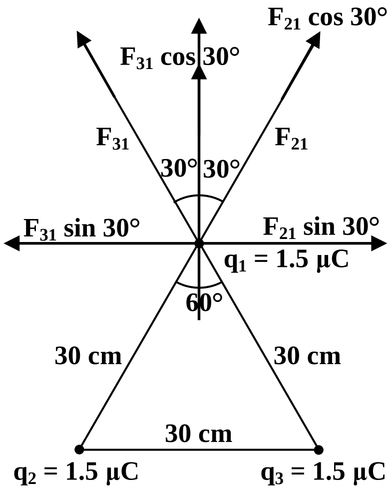
س١٢: كرتان معدنيتان صغيرتان متماثلتان تحملان الشحنتين (12 μC-) و (3 μC+) تبلغ المسافة بينهما (3 cm)، احسب:

أ. قوة التجاذب بين الشحنتين.

ب. الشحنة بعد تلامس الكرتين مع بعضهما ثم ابتعادهما مسافة (3 cm) عن بعضهما.

حل السؤال الأول من المجموعة

أ.



$$F_{21} = \frac{Kq_1q_2}{r^2}$$

$$F_{21} = \frac{9\times10^9 \times (1.5\times10^{-6})\times(1.5\times10^{-6})}{(30\times10^{-2})^2}$$

$F_{21} = F_{31} = (0.22)$ N

$F_x = F_{21} \sin 30° - F_{31} \sin 30° = 0$

$F_y = F_{21} \cos 30° + F_{31} \cos 30° = 2F_{31} \cos 30°$

$$F_y = 2\times0.22\times\frac{\sqrt{3}}{2} = 0.39 \text{ N}$$

اتجاه القوة هذه باتجاه محور y الموجب

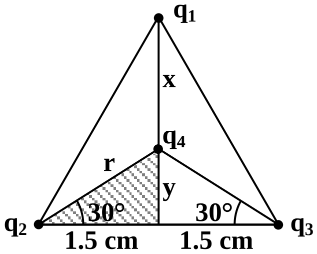
ب. بما أن المجموعة متزنة

∴ مجموع القوة المؤثرة عليها يساوي صفر.

∴ تكون هذه القوى متساوية.

وتكون هذه القوى متساوية إذا كانت الشحنات متساوية والمسافات بين الشحنات والشحنة الرابعة متساوية أيضاً. ولكي يتحقق هذا الشرط

∴ يجب أن تكون (q_4) في مركز المثلث



$$\cos 30^\circ = \frac{15}{r}$$

$$\therefore r = \frac{15}{\cos 30^\circ} = \frac{30}{\sqrt{3}}$$

$$r = 10\sqrt{3} = 17.3\,\text{cm}$$

$$0.394 = F = \frac{Kq_1q_4}{r^2} = \frac{9\times10^9\times1.5\times10^{-6}\times q_4}{(17.3\times10^{-2})^2}$$

$$\therefore q_4 = 0.86\,\text{C}$$

الفصل الثاني

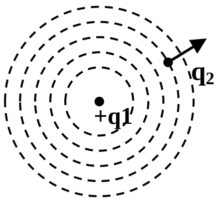
المجال الكهربائي The Electric Field

٢-١ المجال الكهربائي The Electric Field

تؤثر الأرض بقوة على الأجسام الموجودة في الفضاء القريب منها وعندها يقال بأن هذه الأجسام تقع في مجال جذب الأرض وبمعنى آخر هناك مجال جذب أرضي في الفضاء المحيط بالأرض، وكل جسم يقع ضمن هذا المجال يتعرض إلى قوة جذب الأرض ($\bar{F}$) فيتعجل نحو الأرض بمقدار التعجيل الأرضي (g)، أي أن ($\bar{g}$) هي مقياس لشدة مجال الجذب الأرضي ويعطى بالعلاقة التالية:

$$\bar{g} = \frac{\bar{F}}{m} \quad .... (1)$$

وبشكل مناظر فإن الحيز المحيط بالجسم المشحون يتأثر بوجود الجسم المشحون وإن هناك مجال كهربائي في هذا الحيز سببه الشحنة الكهربائية أو الجسيم المشحون، فإذا قربت شحنة ما من هذا الجسيم المشحون فإنها سوف تتعرض إلى قوة كهربائية، إذا كانت واقعة ضمن المجال الكهربائي. فقد صور العالم فراداي التأثير المتبادل بين الأجسام المشحونة بأنه يكمن بطريقة ما في الفضاء الذي يفصل بين الجسمين، فالشحنة (q_1) كما في الشكل المجاور تحدث مجالاً كهربائياً في الحيز المحيط بها وهذا المجال بدوره يؤثر على الشحنة (q_2) بقوة مقدارها ($\bar{F}$).



ويمكن تعريف المجال الكهربائي

إنه الحيز أو الفضاء الذي تظهر فيه آثار قوة كهروستاتيكية على أي شحنة توضع فيه وتمكن التأكد عملياً من وجود مجال كهربائي في نقطة ما، وبالتالي قياسه، وذلك بوضع جسم صغير يحمل شحنة اختبار مقدارها (q_o) (وقد اتفق على أن تكون موجبة للسهولة) في الموضع المراد اختبار المجال عنده وبقياس القوة الكهربائية (F) المؤثرة على (q_o) يمكن التعرف على وجود المجال وشدته.

وعلى هذا الأساس يعرف ***شدة المجال الكهربائي*** The Electric Field Strength (E)

القوة المؤثرة لوحدة الشحنة على شحنة الاختبار الموجبة الموضوعة عند تلك النقطة، أي أن:

$$\bar{E} = \frac{\bar{F}}{q_o} \quad .... (2)$$

حيث أن ($\bar{E}$) تمثل شدة المجال الكهربائي – وهي كمية اتجاهية – واتجاهها نفس اتجاه القوة ($\bar{F}$).

وحدة شدة المجال ($\bar{E}$) هي: $E = \frac{F}{q} = \frac{\text{نيوتن}}{\text{كولوم}} = \frac{N}{C}$

q_o يجب أن تكون أصغر ما يمكن، حتى لا يؤثر مجالها على المجال الأصلي (E) ويغير مقداره واتجاهه.

∴ التعريف الدقيق لشدة المجال الكهربائي هو

$$\bar{E} = \lim_{q_o \to 0} \frac{\bar{F}}{q_o} \quad .... (3)$$

مثال (١)

ما مقدار شدة المجال الكهربائي ($\bar{E}$) بحيث لو وضع فيه إلكترون لتأثر بقوة كهربائية تساوي وزنه.

$F_e =$ القوة الكهربائية , $F_g =$ وزنه

$\therefore F_e = F_g$

$$\bar{E} = \frac{F}{q} = \frac{F_g}{e} = \frac{m_e\, g}{e}$$

حيث m_e = كتلة الإلكترون

e = شحنة الإلكترون

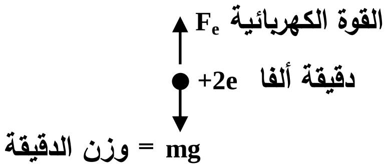
$$\therefore E = \frac{9.1\times10^{-31}\times9.8}{1.6\times10^{-19}} = 5.6\times10^{-11}\ \frac{N}{C} \qquad (mg) = F_g$$

واجب

ما مقدار واتجاه المجال الكهربائي (E) اللازم لكي تتعادل القوة الكهربائية المؤثرة على دقيقة ألفا مع وزنها علماً أن كتلة دقيقة ألفا (6.6×10^{-27} Kg) وشحنتها (+2e)؟

$F_e = mg$

أكمل الحل بنفس طريقة المثال السابق



٢-٢ خطوط القوة الكهربائية Lines of Force

لقد اهتم العالم فراداي بفكرة خطوط القوة الكهربائية حيث لم يكن هذا العالم مقتنعاً بفكرة كون المجال الكهربائي (وكذلك المجال المغناطيسي) هو تعبير رياضي مجرد، لذا أدخل مفهوم خطوط القوة الكهربائية، حيث صورها كخيوط أو شعيرات تنفذ خلال المجال ولها خصائص فيزيائية كخاصية التنافر فيما بينها، وعدّها طريقة سهلة لتصور نماذج المجال الكهربائي وكذلك المجال المغناطيسي.

يعرّف خط القوة الكهربائية

هو المسار الذي تسلكه شحنة اختبارية (q) موجبة موضوعة عند نقطة ما في المجال الكهربائي.

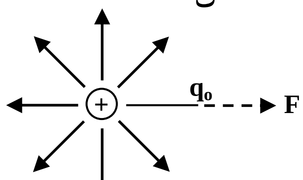
أ / خطوط القوة الكهربائية لمجال ناشيء عن شحنة نقطية معزولة (أو كرة مشحونة)

١) تكون الخطوط مستقيمة وبامتداد أنصاف الأقطار.

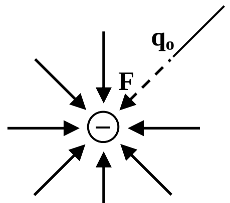
٢) منبعثة من الشحنة بشكل شعاعي ومتجهة نحو الخارج إذا كانت الشحنة موجبة، ومتجهة نحو الداخل إذا كانت الشحنة سالبة.

٣) قيمة (E) نفسها بجميع النقاط التي تقع على نفس المسافة من مركز الشحنة.

٤) E غير ثابتة تتناقص بازدياد المسافة عن الشحنة.



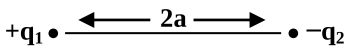
شحنة موجبة



شحنة سالبة

ب/ خطوط القوة الكهربائية لمجال ناشيء عن ثنائي القطب

ثنائي القطب عبارة عن تركيب يتكون من شحنتين نقطيتين متساويتين في المقدار ومتعاكستين في الإشارة تفصلهما مسافة صغيرة.

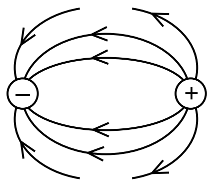


تكون الخطوط

١) بشكل منحنيات.

٢) تبدأ بالشحنة الموجبة وتنتهي بالشحنة السالبة.

٣) لا تتقاطع خطوط القوة مع بعضها أبداً ولذلك لا يمكن أن يكون للمجال الكهربائي أكثر من اتجاه واحد عند نقطة معينة.

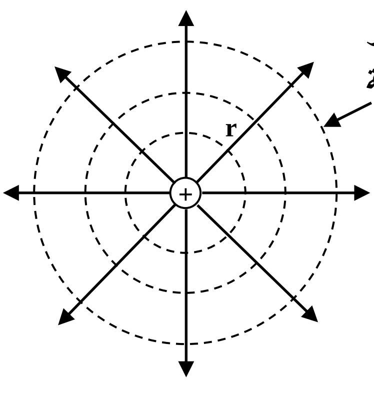


يمكن اعتبار كثافة خطوط القوة الكهربائية بمثابة مقياس لمقدار شدة المجال.

كثافة الخطوط

هي عدد الخطوط التي تقطع وحدة المساحة العمودية على اتجاه المجال عند النقطة المعينة.

كرة خيالية متحدة المركز مع الكرة المشحونة نصف قطرها (r)



عدد خطوط القوة لوحدة المساحة للمقطع العرضي عند أية نقطة على الكرة = $\frac{N}{4\pi r^2}$

شدة المجال الكهربائي تتناسب طرديا مع عدد خطوط القوة لوحدة المساحة

مساحة المقطع

$$E \propto \frac{N}{A} = \frac{N}{4\pi r^2}$$

حيث N = عدد خطوط القوة

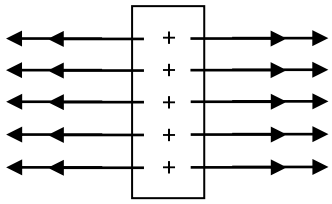
A = مساحة المقطع العرضي

وكذلك تتناسب شدة المجال الكهربائي عكسياً مع بعد النقطة عن الشحنة (r)

أي كلما ابتعدت النقطة كلما قلت شدة المجال $E \propto \frac{1}{r^2}$

ج/ خطوط القوة الكهربائية لمجال ناشيء عن صفيحة مشحونة

تتباعـــد خطـــوط القـــوى الكهربائية بمسافات متساوية عن بعضها

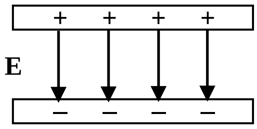


صفيحة مشحونة بشحنة موجبة

د/ خطوط القوة الكهربائية لمجال بين لوحين متوازيين

١) قيمة شدة المجال الكهربائية ثابتة في جميع النقاط.

٢) خطوط القوة مستقيمة ومتوازية ومنتظمة الكثافة.



٢–٣ أشكال المجال الكهربائي

يقسم المجال الكهربائي إلى:

١. مجال كهربائي منتظم

١) هو المجال الذي ينشأ بين صفيحتين مشحونتين متوازيتين.

٢) خطوط المجال تكون متوازية والبعد بينهما متساوي.

٣) مقدار المجال الكهربائي المنتظم ثابت في كل نقطة تقع في المجال أي أن عدد خطوط المجال التي تخترق وحدة المساحة العمودية ثابت عند أي نقطة.

٤) اتجاه المجال الكهربائي المنتظم ثابت في كل نقطة في المجال.

٢. مجال كهربائي غير منتظم

١) هو المجال الذي ينشأ عن الشحنات المنفردة.

٢) خطوط المجال غير المنتظم تتباعد عن بعضها كلما ابتعدنا عن الشحنة.

٣) مقدار المجال الكهربائي غير المنتظم متغير في كل نقطة في المجال أي أن عدد خطوط المجال التي تخترق وحدة المساحة العمودية لا يكون ثابتاً.

٤) اتجاه المجال متغير في كل نقطة في المجال.

٢–٤ صفات خطوط المجال الكهربائي

١. خطوط المجال تبتعد عن الشحنة الموجبة وتتجه نحو الشحنة السالبة.

٢. تتباعد خطوط المجال لشحنة منفردة كلما ابتعدنا عن الشحنة أي أن كثافتها (عددها الذي يخترق وحدة المساحة) تقل مع ازدياد بعدها عن الشحنة.

٣. تتناسب شدة المجال الكهربائي طردياً مع عدد خطوط المجال المارة عمودياً على وحدة المساحة أي تدل كثافة الخطوط في منطقة ما على مقدار المجال في تلك المنطقة.

$$E \,\alpha\, \frac{N}{A}$$

N = عدد خطوط القوى الكهربائية

A = مساحة المقطع العرضي

٤. يدل اتجاه المماس لخط المجال في نقطة ما على اتجاه المجال عند تلك النقطة.

٥. خطوط المجال الكهربائي لا تتقاطع لأنه لا يكون لشدة المجال الكهربائي عند نقطة إلا اتجاه واحد.

٢–٥ حركة الجسيمات المشحونة في المجال الكهربائي

لو وضع جسيم يحمل شحنة مقدارها (q) (ولتكن موجبة) في مجال كهربائي منتظم لتأثر بقوة قدرها F وإن هذا الجسيم يتحرك بتعجيل ثابت قدره (حسب قانون نيوتن الثاني)

$$E = \frac{F}{q} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\; (1)$$

$$F = ma \rightarrow a = \frac{F}{m} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\; (2)$$

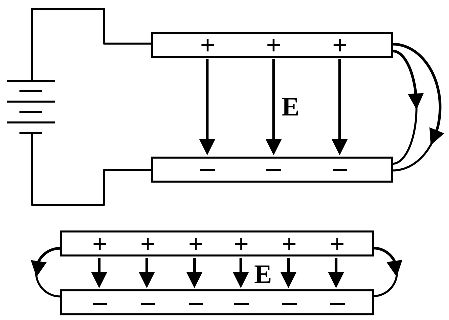
ومن تعويض قيمة F من معادلة (١) في (٢) ينتج:

$$a = \frac{qE}{m}$$

حيث m = كتلة الجسيم المشحون

المجال الكهربائي المنتظم

يمكن الحصول على هذا النوع من المجال وذلك بإيصال لوحين معدنيين إلى طرفي بطارية كهربائية وتكون خطوط المجال:



١. مستقيمة ومتوازية.

٢. المسافة بين كل خطين متساوية.

٣. كلما كانت المسافة بين اللوحين قليلة كلما كان المجال أكثر انتظاماً، حيث يكون التشويه في نهاية اللوحين قليل.

١– حركة الجسيم المشحون عندما يوضع ساكناً في المجال المنتظم

إذا وضع جسيم مشحون كتلته (m) وشحنته (q) ساكناً في مجال كهربائي منتظم (E).

∴ الجسم يتحرك بخط مستقيم وبتعجيل ثابت

$$a = \frac{qE}{m}$$

حركة الجسيم تشبه حركة الأجسام الساقطة على سطح الأرض تحت تأثير الجاذبية.

∴ يمكن تطبيق قوانين الحركة ذات التعجيل الثابت وهي:

$v = v_o + at$ سرعة الجسيم بعد زمن (t)

$v_o = 0$ السرعة الابتدائية للجسيم

$$\therefore v = at = \frac{qE}{m} t$$

المسافة العمودية (y) التي يقطعها الجسيم بعد نفس الزمن (t)

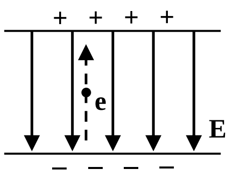
$$y = \frac{1}{2} at^2 = \frac{qE}{2m} t^2$$

$$v^2 = v_o^2 + 2ay$$

$$v = 2ay = \frac{2qE}{m} y \quad [v_o = 0]$$

مثال (٢)

وضع إلكترون ساكناً في مجال كهربائي منتظم شدته (10^4 N/C)، احسب:



١. التعجيل الذي يتحرك به الإلكترون.

٢. سرعة الإلكترون بعد أن يقطع مسافة قدرها (1 cm).

٣. طاقة الإلكترون بعد أن يقطع هذه المسافة.

بما أن شحنة الإلكترون سالبة.

∴ يتعجل الإلكترون بعكس اتجاه المجال أي نحو الأعلى.

$$1)\ a = \frac{qE}{m} = \frac{eE}{m} = \frac{1.6 \times 10^{-19} \times 10^4}{9.1 \times 10^{-31}} = 1.8 \times 10^{15}\ \frac{m}{sec^2}$$

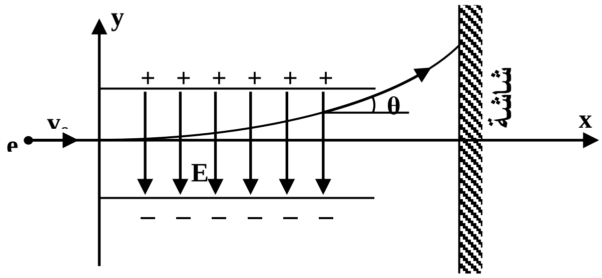
$$2)\ v^2 = v_o^2 + 2ay = 2ay \quad [v_o = 0]$$

$$\therefore v = \sqrt{2ay} = \sqrt{2 \times 1.8 \times 10^{15} \times (1 \times 10^{-2})} = 6 \times 10^6\ \text{m/sec}$$

$3)\ K = \frac{1}{2} mv^2$ الطاقة الحركية

$$K = \frac{1}{2} \times 9.1 \times 10^{-31} \times (6 \times 10^6)^2 = 1.6 \times 10^{-17}\ J$$

٢- **حركة الجسيم المشحون عندما يقذف بسرعة عمودية على المجال**



عندما يقذف الإلكترون (e) بسرعة ابتدائية (v_o) حيث يكون اتجاه (v_o) عمودياً على اتجاه (E) كما في الشكل المجاور، تكون حركة الإلكترون مكونة من مركبتين:

١. الحركة الأفقية باتجاه المحور (x) وهي حركة ذات سرعة ثابتة

المسافة الأفقية $x = v_o t$ .... (1)

٢. حركة عمودية باتجاه المحور (y) وهي حركة ذات تعجيل ثابت

$$y = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}\frac{eE}{m}t^2 \text{ .... (2)}$$

من معادلة (١) $x = v_o t$

من تعويض قيمة (t) هذه ← $\therefore t = \frac{x}{v_o}$

في معادلة (٢) ينتج

$$y = \left(\frac{eE}{2m}\right)\left(\frac{x}{v_o}\right)^2$$

$$y = \left(\frac{eE}{2mv_o^2}\right)x^2 \text{ .... (3)}$$

معادلة (٣) هي معادلة مسار الإلكترون في المجال الكهربائي وهي معادلة قطع مكافئ (Parabola)
وبواسطة هذه المعادلة يمكن حساب الانحراف الذي يحدث في مسار الإلكترون عند أية نقطة واقعة تحت تأثير المجال الكهربائي وعند خروج الإلكترونات من المجال بين اللوحين فإنها تنطلق باتجاه المماس للقطع المكافئ عند نقطة خروجها بسرعة ثابتة وبهذا تنحرف الإلكترونات عن اتجاه مسارها الأصلي بزاوية θ، ويمكن معرفة الانحراف الذي يطرأ على مسار الإلكترونات بوضع شاشة متفلورة على بعد مسافة معينة من اللوحين، حيث تظهر بقعة صغيرة مضيئة على الشاشة في موضع اصطدام الإلكترونات بها، وهذه هي الفكرة الأساسية لعمل راسمة الذبذبات الأشعة المهبطية (أو الكاثودية).

مثال (٣)

أطلق إلكترون بسرعة قدرها (5×10^6 m/s) بصورة موازية لمجال كهربائية شدته (1000 N/C) وبنفس اتجاهه:

١. احسب طول المسافة التي يقطعها الإلكترون في المجال حتى يصل لحظياً إلى السكون.

٢. ما مقدار الزمن اللازم لذلك؟

1/ $v^2 = v_o^2 + 2ay$

$v_o = 5 \times 10^6$ m/s

$v = 0$

$$0 = (5\times10^6)^2 - \frac{2eE}{m}y$$

$$\therefore y = \frac{(5\times10^6)^2 \times 9.1\times10^{-31}}{2\times1.6\times10^{-19}\times10^3} = ???\ \text{m}$$

2/ $v = v_o + 2at$

$$0 = (5\times10^6) - \left(\frac{eE}{m}\right)t$$

$$\therefore t = \frac{(5\times10^6)\times9.1\times10^{-31}}{1.6\times10^{-19}\times10^3} = ???\ \text{sec}$$

مثال (٤)

قذف إلكترون في مجال كهربائي منتظم شدته (5×10^4 N/C)، فإذا كانت السرعة الابتدائية للإلكترون (10^8 m/sec) وباتجاه يصنع زاوية قدرها 30° مع الأفق، وكان اتجاه المجال شاقولياً نحو الأعلى، احسب:

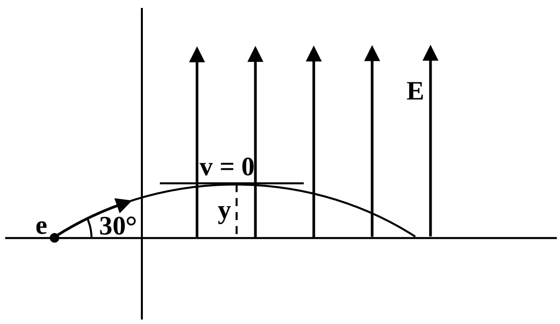
أ. تعجيل الإلكترون، ب. أقصى ارتفاع يصله الإلكترون،

جـ. أقصى مسافة أفقية (range) يقطعها الإلكترون.

1/

$$a = \frac{qE}{m} = \frac{eE}{m}$$

$$a = \frac{1.6\times10^{-19}\times5\times10^4}{9.1\times10^{-31}}$$



2 /

$v_{oy} = v_o \sin 30°$

$v_{ox} = v_o \cos 30°$

$v^2 = v_o^2 + 2ay$

$$0 = (v_o \sin 30^\circ)^2 - \frac{2eE}{m} y$$

$$\therefore y = \frac{(v_o \sin 30^\circ)^2 m}{2eE} = ???$$

3/

$$y_{max} = \frac{1}{2} a t^2$$

$$t^2 = \frac{2y}{a}$$

من تعويض قيم y المتخرجة من المعادلة السابقة في هذه المعادلة نحصل على قيمة الزمن (t)

$$\therefore t = \sqrt{\frac{2y}{a}}$$

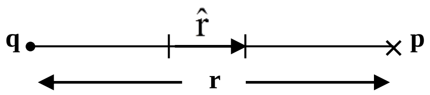
$$x = v_{ox} t = v_o \cos t$$

تعوض في هذه المعادلة قيمة (t) المتخرجة من المعادلة السابقة، فنحصل على المسافة الأفقية التي يقطعها الإلكترون.

٢-٦ حساب شدة المجال الكهربائي E

١. شدة المجال الكهربائي لشحنة نقطية معزولة مقدارها (q).

(q) شحنة نقطية والمطلوب إيجاد شدة المجال الكهربائي عند نقطة p والتي تبعد مسافة مقدارها (r) من الشحنة (q)



نفرض وجود شحنة اختبارية (q_o) عند نقطة (p)

$$\therefore \bar{F} = \frac{Kqq_o}{r^2} \hat{r}$$

$\hat{r}$ وحدة المتجه من q إلى p

$$\bar{E} = \frac{\bar{F}}{q_o}$$

$$\therefore \bar{E} = \frac{Kqq_o / r^2}{q_o} \hat{r}$$

اتجاه (E) باتجاه $\hat{r}$ أي بالابتعاد عن q إذا كانت موجبة

$$\boxed{\therefore \overline{E} = \frac{Kq}{r^2}\hat{r}}$$

$$\boxed{\overline{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r^2}\hat{r}}$$

وباتجاه q إذا كانت سالبة

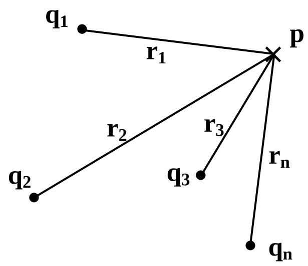
٢. إيجاد (E) لعدد من الشحنات النقطية

لدينا عدد من الشحنات النقطية q_1، q_2، q_3، ....، q_n والمطلوب إيجاد شدة المجال الكهربائي (E) لهذه الشحنات عند نقطة (p) التي تبعد المسافات r_1، r_2، r_3، ....، r_n عن الشحنات.

نجد قيمة E_1 الناتجة عن q_1

نجد قيمة E_2 الناتجة عن q_2

نجد قيمة E_3 الناتجة عن q_3



$$E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1}{r_1^2}\hat{r}$$

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_2}{r_2^2}\hat{r}$$

$$\vdots$$

$$E_n = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_n}{r_n^2}\hat{r}$$

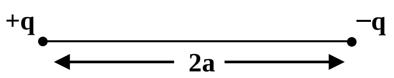
ثم نجمع هذه المجالات جمعاً اتجاهياً لنحصل على المجال الكلي (E) عند نقطة (p)

$$\overline{E} = \overline{E_1} + \overline{E_2} + \overline{E_3} \cdots \overline{E_n} =$$

$$\overline{E} = \sum_{n=1}^{\infty}\overline{E_n} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{q_n}{r_n^2}\hat{r}$$

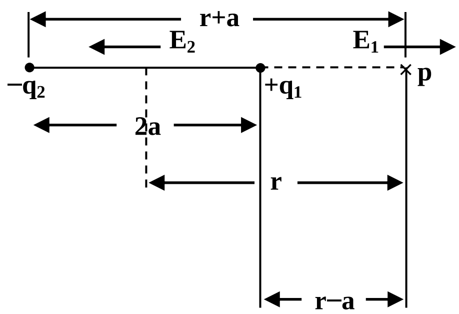
٣. المجال الناشيء عن ثنائي القطب Electric Dipole

يتكون ثنائي القطب كما مبين في الشكل من شحنتين نقطيتين متساويتين في المقدار إحداهما موجبة (+q) والأخرى سالبة، وتفصلهما مسافة قدرها (2a)



أولاً: عند نقطة p الواقعة على امتداد محور ثنائي القطب

لنفرض أن p تبعد مسافة (r) من مركز ثنائي القطب



$$\overline{E_1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{(r-a)^2}\hat{r} \text{ .... (1)}$$

$$\overline{E_2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{(r+a)^2}\hat{r} \text{ .... (2)}$$

$$\overline{E} = \overline{E_1} + \overline{E_2} \text{ .... (3)}$$

وبالتعويض عن مقدار كل من E_1 و E_2 من معادلة (١) و (٢) في معادلة (٣) ينتج:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{q}{(r-a)^2} - \frac{q}{(r+a)^2}\right]$$

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{1}{(r-a)^2} - \frac{1}{(r+a)^2}\right]$$

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{(r+a)^2 - (r-a)^2}{(r-a)^2(r+a)^2}\right]$$

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{r^2 + 2ar + a^2 - r^2 + 2ar - a^2}{(r^2 - a^2)^2}\right]$$

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{4ra}{(r^2 - a^2)^2}\right]$$

$a <<<< r$

أي أن المسافة بين الشحنتين صغيرة جداً مع (r) يمكن إهمال a^2 بالنسبة للمقدار r^2.

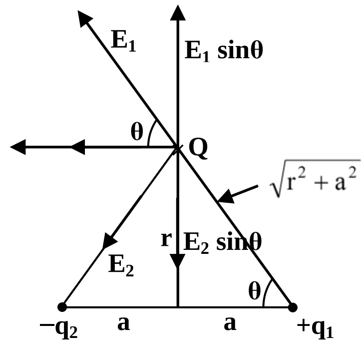
$$\therefore E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\frac{4ra}{r^4} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{4qa}{r^3}$$

p = 2aq = Electric Dipole Moment

العزم الكهربائي لثنائي القطب، وهو كمية اتجاهية من الشحنة السالبة إلى الشحنة الموجبة، وإن اتجاه E باتجاه محور x وعلى امتداد محور ثنائي القطب.

$$\boxed{\therefore E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{2p}{r^3}}$$

ثانياً: عند نقطة Q الواقعة على العمود المنصف لمحور ثنائي القطب



لنفرض أن Q تبعد مسافة (r) عن مركز ثنائي القطب، عندئذ يكون المجال الناشيء عن الشحنة الموجبة (E_1) مساوياً إلى مقدار المجال الناشيء عن الشحنة السالبة (E_2).

$$E_1 = E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{(r^2 + a^2)} \text{ .... (1)}$$

ولكي نجد المجال الكلي الناشيء عن شحنتي ثنائي القطب، نحلل كل من E_1 و E_2 إلى مركبتين إحداهما عمودية على محور ثنائي القطب والأخرى موازية له:

$E_y = E_1 \sin\theta - E_2 \sin\theta = 0$ .... (2)

$E_x = E_1 \cos\theta + E_2 \cos\theta$ .... (3)

وبالتعويض في معادلة (٣) عن قيمة E_1 بما متساوي من معادلة (١) وعن $\cos\theta$ بما تساوي ينتج:

$$\cos\theta = \frac{a}{\sqrt{a^2 + r^2}}$$

$$E = \frac{2}{4\pi\varepsilon_o}\,\frac{q}{(r^2 + a^2)}\cdot\frac{a}{\sqrt{a^2 + r^2}}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\,\frac{2qa}{(r^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

وإذا كانت (a) صغيرة جداً بالمقارنة مع (r) يمكن إهمال (a^2) في المقام وعندئذٍ تصبح المعادلة كما يلي:

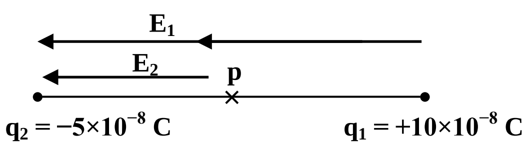
$$\boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\,\frac{2aq}{r^3}}$$

$$\boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\,\frac{P}{r^3}}$$ بدلالة عزم ثنائي القطب

س/ واجب/ قارن بين الحالتين لثنائي القطب من حيث الرسم والقانون ؟ وماذا تستنتج من الفرق بينهما من الناحية العلمية؟

مثال (٥)

شحنتان نقطتيان مقدارهما ($+10 \times 10^{-8}$ C) و (-5×10^{-8} C) تفصلهما مسافة قدرها (20 cm). أ. أوجد مقدار واتجاه شدة المجال الكهربائي عند منتصف المسافة بينهما. ب. لو وضع إلكترون في هذه النقطة فما مقدار واتجاه القوة الكهربائية المؤثرة عليه؟



أ. $$\overline{E_p} = \overline{E_1} + \overline{E_2}$$

بما أن اتجاه المجالين E_1 و E_2 بنفس الاتجاه

$$\therefore E_p = E_1 + E_2 = \frac{Kq_1}{r_1^2} + \frac{Kq_2}{r_2^2}$$

$$\therefore E_p = \frac{9\times10^9 \times 10 \times 10^{-8}}{(10\times10^{-2})^2} + \frac{9\times10^9 \times 5 \times 10^{-8}}{(10\times10^{-2})^2}$$

$$\therefore E_p = 90\times10^{-4} + 45\times10^{-45} = 135\times10^{-4}\ \frac{N}{C}$$

واتجاه E عند النقطة p هو باتجاه محور ($-x$ السالب)

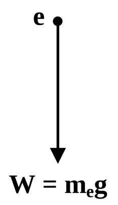
ب.

$$E = \frac{F}{q}$$

$$\therefore F = Eq = eE = 1.6 \times 10^{-19} \times 135 \times 10^{-4} = ???\ N$$

مثال (٦)

ما مقدار المجال الكهربائي $\overline{E}$ بحيث لو وضع إلكترون في هذا المجال ستؤثر عليه قوة كهربائية تساوي وزنه.



$m_e.g$ = وزن إلكترون = W

$$E = \frac{F}{q} = \frac{m_e g}{e}$$

$$\therefore E = \frac{9.1 \times 10^{-31} \times 10}{1.6 \times 10^{-19}} = 5.6 \times 10^{-11}\ \frac{N}{C}$$

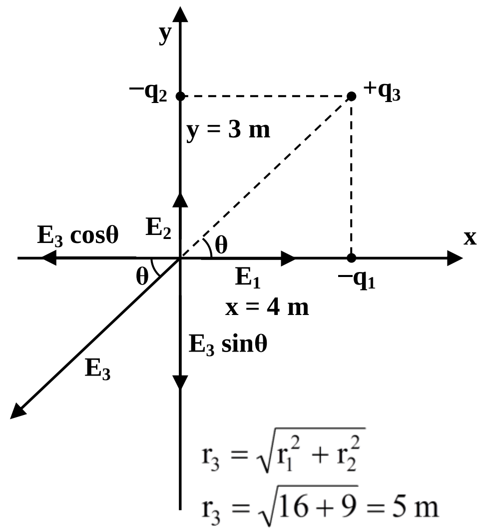
مثال (واجب)

ما مقدار واتجاه المجال الكهربائي (E) اللازم لكي تتعادل القوة الكهربائية المؤثرة على دقيقة ألفا مع وزنها، علماً بأن كتلة دقيقة ألفا هي (6.6×10^{-27} Kg) وشحنتها تساوي (+2e).

مثال (٧)

يبين الشكل ثلاث شحنات نقطية q_1، q_2، q_3 جميعها واقعة في المستوى (xy) ومثبتة في المواقع المؤشرة في الشكل. المطلوب حساب شدة المجال الكهربائي عند نقطة الأصل ٠، علماً أن:

$q_1 = -16 \times 10^{-9}$ C, $q_2 = -3 \times 10^{-9}$ C, $q_3 = +50 \times 10^{-9}$ C,



نحسب أولاً شدة المجال الناشيء عن كل من الشحنات الثلاثة على انفراد طبقاً للمعادلة التالية: $E = \frac{Kq}{r^2}$

$$\therefore E_1 = \frac{Kq_1}{r_1^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 16 \times 10^{-9}}{(4)^2}$$

$$E_1 = 9\ \frac{N}{C}$$

$$E_2 = \frac{Kq_2}{r_2^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 3 \times 10^{-9}}{(3)^2}$$

$$E_2 = 3\ \frac{N}{C}$$

$$E_3 = \frac{Kq_3}{r_3^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 50 \times 10^{-9}}{(5)^2}$$

$$E_3 = 18\ \frac{N}{C}$$

اتجاه E_1 هو باتجاه x–الموجب

اتجاه E_2 هو باتجاه y–الموجب

اتجاه E_3 يصنع زاوية θ مع محور x كما مبين في الشكل.

ولإيجاد محصلة المجال E نحلل E_3 إلى مركبة أفقية باتجاه x وأخرى عمودية باتجاه y.

$$E_{3x} = -E_3 \cos\theta = -18 \times \frac{4}{5} = -14.4\ \frac{N}{C}$$

$$E_{3y} = -E_3 \sin\theta = -18 \times \frac{3}{5} = -10.8\ \frac{N}{C}$$

$$\therefore \sum E_x = E_1 - E_{3x} \cos\theta$$

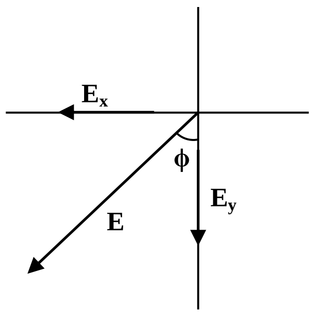
$$\therefore E_x = 9 - 14.4 = -5.4\ \frac{N}{C}$$

$$\sum E_y = E_2 - E_{3y} \sin\theta$$

$$\sum y = 3 - 10.8 = -7.8\ \frac{N}{C}$$

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$$

$$E = \sqrt{(5.4)^2 + (7.8)^2} = 9.5\ \frac{N}{C}$$



أما الزاوية التي تصنعها المحصلة مع محور (y) من الجهة السالبة يمكن إيجادها من

$$\tan\phi = \frac{5.4}{7.8} = ??$$

$$\therefore \phi = ??$$

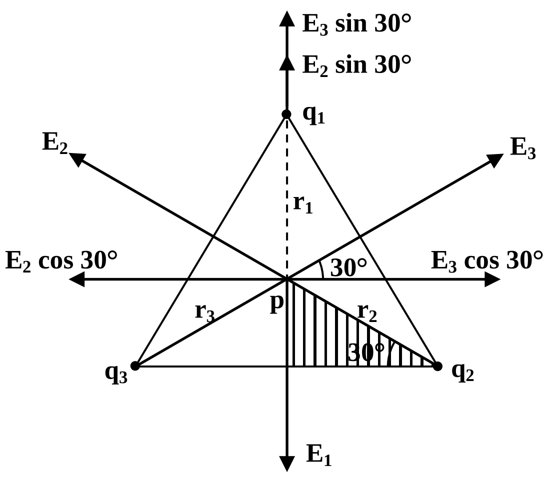
مثال (٨)

ثلاث أجسام صغيرة كل منها يحمل شحنة مقدارها $(2 \times 10^{-6}\ C)$ وضعت على رؤوس مثلث متساوي الأضلاع، طول ضلعه $(3\ cm)$. جد شدة المجال الكهربائي في مركز المثلث.

$$E_1 = \frac{Kq_1}{r_1^2}$$

$$E_2 = \frac{Kq_2}{r_2^2}$$

$$E_3 = \frac{Kq_3}{r_3^2}$$



بما أن المسافة بين كل شحنة ومركز المثلث متساوية

$\therefore\ r_1 = r_2 = r_3 = r$

وبما أن الشحنات متساوية

$q_1 = q_2 = q_3 = 2 \times 10^{-6}$ C

$$\therefore\ E_1 = E_2 = E_3 = E = \frac{Kq}{r^2}$$

لإيجاد (r) بعد أي شحنة عن مركز المثلث، نأخذ المثلث المبين في الشكل

$$\cos 30^\circ = \frac{1.5}{r}$$

$$\therefore r = \frac{1.5}{\cos 30^\circ}$$

$$\therefore \overline{E_p} = \overline{E_1} + \overline{E_2} + \overline{E_3}$$

لإيجاد E_p يجب تحليل كل من E_1، E_2، E_3 إلى المركبات الأفقية E_x والمركبات العمودية E_y

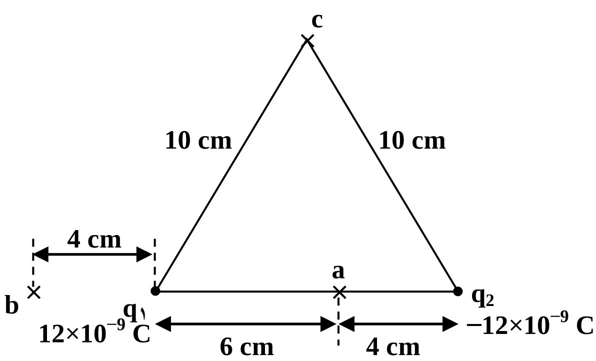
$$\left.\begin{aligned} \sum E_x &= E_3 \cos 30^\circ - E_2 \cos 30^\circ = 0 \\ \sum E_y &= E_3 \sin 30^\circ + E_2 \sin 30^\circ - E_1 \\ &= 2E_2 \sin 30^\circ - E_1 = 2 \times E_1 \times \frac{1}{2} - E_1 = 0 \end{aligned}\right\} \boxed{\therefore E_p = 0}$$

مثال (٩) (واجب)

شحنتان نقطتيان q1، q2 وضعتا على بعد (10 cm) من بعضهما، فإذا كانت:

$q_1 = 12 \times 10^{-9}$ C، $q_2 = -12 \times 10^{-9}$ C

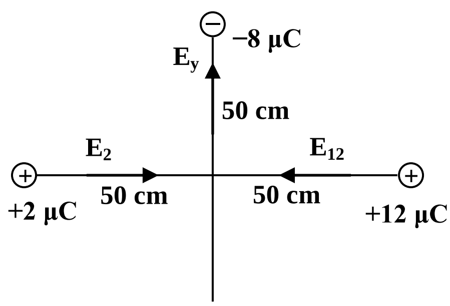
احسب شدة المجال الكهربائي واتجاهه في النقاط a، b، c



مثال (١٠)

احسب شدة المجال الكهربائي عند نقطة (p) في الشكل أدناه.

$$E = \frac{Kq}{r^2}$$



$$E_x = E_{12} - E_2$$
$$E_x = \frac{9\times10^9 \times 12\times10^{-6}}{(50\times10^{-2})^2} - \frac{9\times10^9 \times 2\times10^{-6}}{(50\times10^{-2})^2}$$
$$E_x = 360\times10^3 \ \frac{N}{C}$$
$$E_y = \frac{9\times10^9 \times 8\times10^{-6}}{(50\times10^{-2})^2} = 288\times10^3 \ \frac{N}{C}$$
$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = 461\times10^3 \ \frac{N}{C}$$

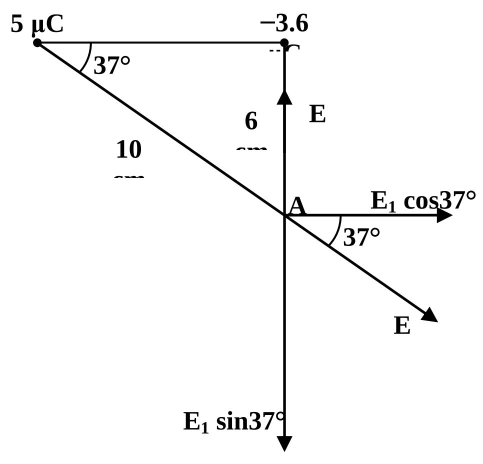
مثال (١١)

قذف إلكترون على طول الاتجاه الموجب لمحور (x) بسرعة ابتدائية (3×10^6 m/sec). تحرك الإلكترون مسافة (45 cm) ثم توقف بسبب مجال كهربائي منظم من الجوار، جد شدة المجال الكهربائي.

$$v_{ox} = 3\times10^6 \ m/sec$$
$$v_x^2 = v_{ox}^2 + 2ax$$
$$0 = (3\times10^6)^2 - (2a\times0.45)$$
$$a = 1 \times 10^{13} \ m/sec^2$$
$$F_x = ma = 9.1 \times 10^{-31} \times 1 \times 10^{13} = 9.1 \times 10^{-18} \ N$$
$$E_x = \frac{F_x}{q} = \frac{9.1\times10^{-18}}{1.6\times10^{-19}} = 57 \ \frac{N}{C}$$

مثال (١٢)

احسب شدة المجال الكهربائي عند النقطة (A) في الشكل المجاور.



$$E_1 = \frac{9\times10^9 \times q_1}{r^2}$$
$$E_1 = \frac{9\times10^9 \times 5\times10^{-6}}{(10\times10^{-2})^2}$$
$$E_1 = 4.5\times10^6 \ \frac{N}{C}$$
$$E_2 = \frac{9\times10^9 \times 3.6\times10^{-6}}{(6\times10^{-2})^2}$$

$$E_2 = 9\times 10^6\ \frac{N}{C}$$

$$E_y = E_2 - E_1 \sin 37^\circ = 9\times 0^6 - 4.5\times 0^6 \times 0.6 = 6.3\times 0^6\ \frac{N}{C}$$

$$E_x = E_1 \cos 37^\circ = 4.5\times 0^6 \times 0.77 = 3.59\times 0^6\ \frac{N}{C}$$

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = ???\ \frac{N}{C}$$

مثال (١٣) واجب

ثبتت ثلاث شحنات عند رؤوس مثلث متساوي الساقين،

أ. أوجد المجال عند (p) في منتصف قاعدة المثلث.

ب. تحركت شحنة نقطية مقدارها ($-4\ \mu C$) إلى نقطة (p)، احسب القوى الكهربائية عند تلك النقطة.

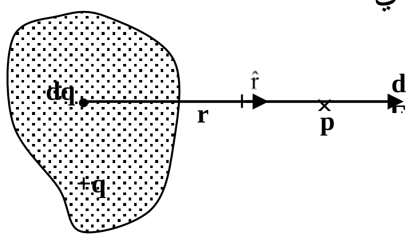
٤. المجال الناشيء عن التوزيع الشحني المتصل

إذا كان توزيع الشحنة متصلاً (Continuous Charge Distribution)، كأن تكون الشحنة موزعة على سطح جسم موصل، أو موزعة ضمن حجم معين بشكل متصل، فبالإمكان إيجاد شدة المجال الناشيء عنها عند النقطة (p) مثلاً وذلك

١- بتقسيم الشحنة إلى عدد كبير من العناصر المتناهية في الصغر كل منها يدعى (dq) وذلك بأخذ عنصراً صغيراً من الشكل(عنصر طول (ds) ، او عنصر مساحة (da)، او عنصر حجم (dv)) يحتوي على شحنة dq.

٢- يحسب المجال (dE) الناشيء عن كل عنصر عند النقطة p وذلك بأن يعد كل عنصر وكأنه شحنة نقطية أي:

$$d\overline{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_\circ}\frac{dq}{r^2}\hat{r}$$



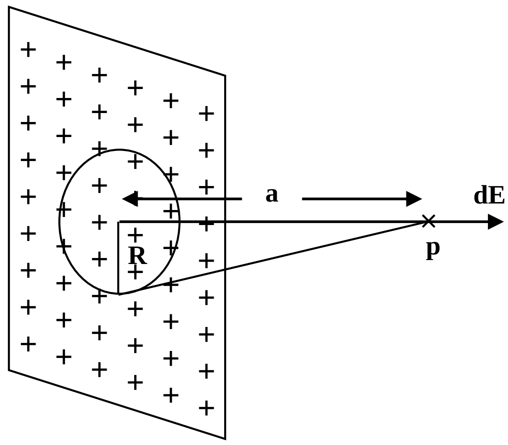
حيث r تمثل البعد من dq إلى النقطة p ما مبين في الشكل المجاور.

٣- يحسب المجال الكلي (E) بأخذ التكامل الاتجاهي لجميع المجالات الناشئة من هذه العناصر

$$\overline{E} = \int d\overline{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_\circ}\int \frac{dq}{r^2}\hat{r}$$

المجال الناشيء عن شحنة موزعة بشكل صفيحة

شحنة موزعة بانتظام بشكل مستوي مساحته لا نهائية وبكثافة سطحية $(\sigma \frac{\text{C}}{\text{cm}^2})$، احسب شدة المجال الكهربائي (E) عند النقطة (p) الواقعة على بعد (a) من المستوي.



اتجاه (dE) باتجاه محور الحلقة،
أي عمودي على مستوي الشحنة

١. نقسم المستوي إلى عدد كبير من الحلقات متحدة المركز نصف قطرها (R) وسمكها (dR) وتحتوي على شحنة (dq)

٢.

$$\therefore dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_\circ} \cdot \frac{(dq)a}{(R^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

dq = (2πRdR)σ

$$\therefore dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_\circ} \cdot \frac{(2\pi R dR)\sigma a}{(R^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$E = \int dE = \int_0^\infty \frac{1}{4\pi\varepsilon_\circ} \frac{(2\pi R dR)\sigma a}{(R^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$E = \frac{2\pi\sigma a}{4\pi\varepsilon_\circ} \int_0^\infty (R^2 + a^2)^{-\frac{3}{2}} R dR \qquad] \times \frac{2}{2}$$

$$E = \frac{\sigma a}{4\varepsilon_\circ} \int_0^\infty (R^2 + a^2)^{-\frac{3}{2}}\, 2R dR$$

$$E = \frac{2\sigma a}{4\varepsilon_\circ} \left[-(R^2 + a^2)\right]_0^\infty$$

$$E = \frac{\sigma a}{2\varepsilon_\circ} \left[- \frac{1}{(R^2 + a^2)^{\frac{1}{2}}} \right]_0^\infty$$

$$E = \frac{\sigma a}{2\varepsilon_\circ} \left[- \frac{1}{\infty} + \frac{1}{a} \right]_0^\infty$$

$$\therefore E = \frac{\sigma a}{2\varepsilon_\circ} \cdot \frac{1}{a} \qquad \boxed{\therefore E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_\circ}}$$

ملاحظة مهمة للشحنة:-

$dq = \lambda ds$ للعنصر الطولي

λ = الكثافة الخطية للشحنة = $\dfrac{\text{الشحنة الكلية}}{\text{الطول الكلي}}$

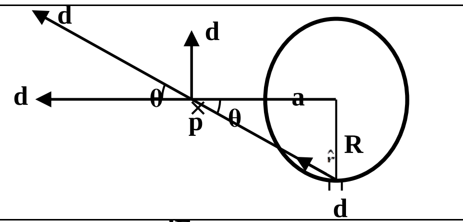
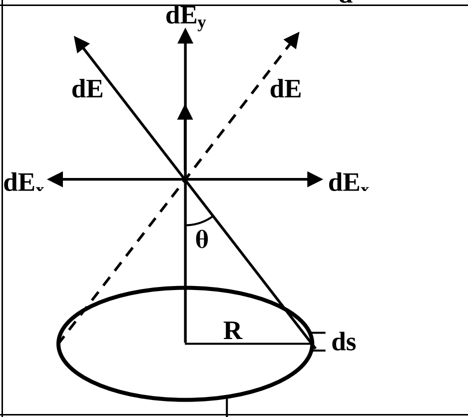
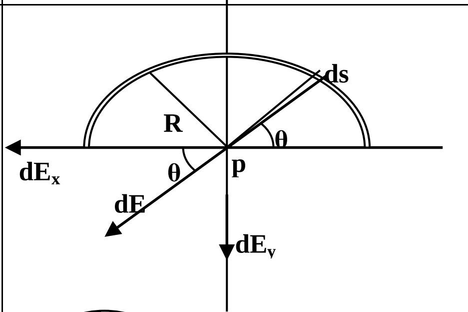
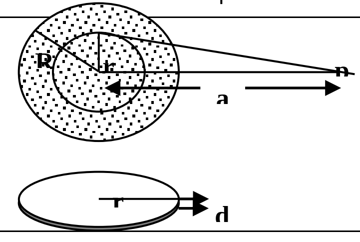
$dq = \sigma\, da$ لعنصر المساحة

σ = الكثافة السطحية للشحنة = $\dfrac{\text{الشحنة الكلية}}{\text{المساحة الكلية}}$

$dq = \nu\, dv$ لعنصر الحجم

ν = الكثافة الحجمية للشحنة = $\dfrac{\text{الشحنة الكلية}}{\text{الحجم الكلي}}$

بعض التطبيقات الاخرى

ت	المجال الكهؤبائي الناشئ	الرسم	القانون
١	في النقطة (p) الواقعة على محور حلقة مشحونة شحنة موجبة مقدارها (q) موزعة بانتظام بنصف قطرها (R) وعلى بعد (a) من مركزها.		$\boxed{\therefore E = E_x = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_\circ}\dfrac{qa}{(R^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}}$
٢	في النقطة (p) بعيدة جداً عن مركز حلقة مشحونة شحنة موجبة مقدارها (q) موزعة بانتظام بنصف قطرها (R) حيث a >>> R		$\therefore E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_\circ}\dfrac{q}{a^2}$
٣	في النقطة (p) في مركز الدائرة لسلك منحني بشكل قوس نصف قطر دائرة يحمل شحنة مقدارها q+ موزعة بانتظام على طوله. نصف قطره R		$\boxed{E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_\circ}\dfrac{2q}{\pi R^2}}$
٤	**القرص المشحون**		$E = \dfrac{q}{2\pi\varepsilon_\circ R}\left[1 - \dfrac{a}{(R^2+a^2)^{\frac{1}{2}}}\right]$

أسئلة الفصل الثاني

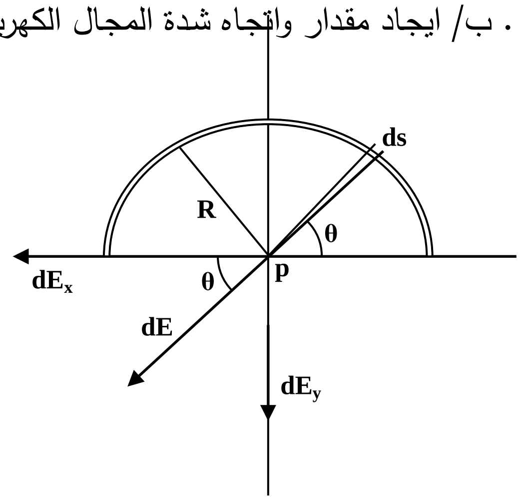
س١/ شحنتان نقطيتان مقدارهما ($10*10^{-8}$ C) و($-5*10^{-8}$ C) تقطعهما مسافة قدرها (20 cm) . أ/ أوجد مقدار واتجاه شدة المجال الكهربائي عند منتصف المسافة بينهما؟ ب/ اذا وضع الكترون في هذه النقطة ، ما مقدار واتجاه القوة الكهربائية المؤثرة عليه؟

س٢/ ما مقدار واتجاه شدة المجال الكهربائي E اللازم لكي تتعادل القوة الكهربائية المؤثرة على دقيقة الفا مع وزنها . علما بان كتلة دقيقة الفا هي ($6.68*10^{27}$ Kg) وشحنتها تساوي 2e .

س٣/ شحنة موجبة مقدارها q موزعة بانتظام على طول سلك عازل طوله L . أوجد شدة المجال الكهربائي في نقطة تقع على العمود المنصف لهذا السلك وتبتعد عنه مسافة قدرها a .

س٤/ شحنة موجبة موزعة بانتظام على سطح قرص نصف قطره R بكثافة سطحية قدرها σ . أوجد مقدار واتجاه شدة المجال الكهربائي في نقطة تقع على محور القرص وعلى بعد مسافة قدرها a منه.

س٥/ سلك رفيع عازل بشكل قوس نصف دائرة . يحمل شحنة موجبة موزعة بحيث ان كثافتها الخطية λ تعتمد على الزاوية θ كما في الشكل المبين بموجب المعادلة التالية : $\lambda = A \cos\theta$ ، حيث ان A تمثل مقدارا ثابتا والمطلوب :أ/ رسم منحني بياني يمثل كيفية تغير λ مع θ . ب/ ايجاد مقدار واتجاه شدة المجال الكهربائي في مركز الدائرة (النقطة 0).



س٦/ ثلاثة اجسام صغيرة كل منها تحمل شحنة مقدارها ($2*10^{-6}$ C) وضعت على رؤوس مثلث متساوي الاضلاع طول ضلعه 3 cm . جد شدة المجال الكهربائي في مركز المثلث .

س٧/ كرة صغيرة كتلتها (0.01gm) تحمل شحنة موجبة قدرها ($2*10^{-9}$ C) معلقة بطرف خيط من الحرير . ثبت الطرف الاخر منه بصفيحة عازلة شاقولية كبيرة تحمل شحنة موجبة موزعة بانتظام على السطح المقابل للكرة ، فاذا اتزنت الكرة في موضع عندما يصنع الخيط زاوية 30^o مع الصفيحة . احسب مقدار الكثافة السطحية للشحنة Q.

س٨/ شحنتان نقطيتان مقدارهما ($+4q$) و ($-9q$) والمسافة بينهما تساوي $10\ cm$. عين موضع النقطة او النقاط الواقعة على الخط المار بالشحنتين والتي يكون المجال الكهربائي صفرا.

س٩/ اطلق الكترون بسرعة قدرها ($5*10^6\ m/sec$) بصورة موازية لمجال كهربائي شدته ($1000\ N/C$) وبنفس اتجاهه . أ/ أحسب طول المسافة التي يقطعها الالكترون في المجال حتى يصل (لحظيا) الى السكون . ب/ ما مقدار الزمن اللازم لذلك.

س١٠/ قذف الكترونا في مجال كهربائي منتظم شدته ($25*10^5\ N/C$) فاذا كان المجال باتجاه محور Y الموجب وسرعة الالكترون ($2*10^4\ m/sec$) باتجاه محور X الموجب . عين الاحداثيات x و y لموضع الالكترون بعد زمن قدره ($10^{-7}\ sec$).

س١١/ ما هي تجربة مليكان ؟ ومتى اجريت؟ وما الشئ الذي اكدته؟ (كتابة تقرير)

س١٢/ في تجربة مليكان ، توازنت قطرة زيت نصف قطرها ($5*10^{-5}\ cm$) بين اللوحين عندما كانت شدة المجال بينهما ($12800\ N/C$) . أ/ اوجد مقدار الشحنة التي تحملها القطرة ، اذا علمت ان كثافة الزيت هي ($0.8\ gm/cm^3$) (اهمل القوة الدافعة للهواء). ب/ لماذا لم يحاول مليكان موازنة الالكترونات بين اللوحين بدلا من قطرات الزيت؟

س١٣/قطرة كتلتها ($3*10^{-14}\ Kg$) ونصف قطرها ($2*10^{-6}\ m$) تحمل عشرة الكترونات فائضة . احسب مقدار السرعة المنتظمة التي تسقط بها هذه القطرة عند عدم وجود مجال كهربائي . اذا علمت ان معامل اللزوجة للهواء هو ($18*10^{-3}\ N.sec/\ m^2$). اهمل القوة الدافعة للهواء.

س١٤/ توازنت قطرة زيت نصف قطرها $5*10^{-7}\ m$ بين لوحي جهاز مليكان عندما كانت القطرة تحمل شحنة فائضة قدرها شحنة الكترون واحد. احسب مقدار شدة المجال الكهربائي ، اذا علمت ان كثافة القطرة هي $824\ Kg/\ m^2$ وكثافة الهواء هي $1.29\ Kg/\ m^2$.

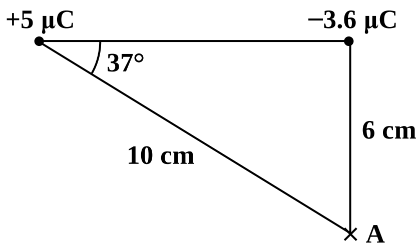
س١٥/ في تجربة مليكان لوحظ ان قطرة زيت تسقط مسافة قدرها ($2\ mm$) في زمن قدره ($54.8\ sec$) في حالة غياب المجال الكهربائي بين اللوحين. كما انه لوحظ انه يمكن توازن نفس القطرة في مجال شدته ($2.37*10^4\ N/C$) بحيث تبقى ساكنة فيه . فاذا علمت ان معامل اللزوجة للهواء هو ($1,8*10^{-5}\ N.sec/m$) وكثافة الزيت هي ($824\ Kg/\ m^2$) وكثافة الهواء هي($1.29\ Kg/\ m^2$) .احسب مقدار الشحنة التي تحملها هذه القطرة.

أسئلة اثرائية عامة

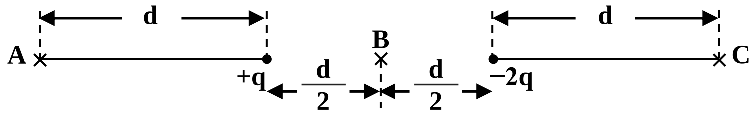
س١: ثبتت أربع شحنات نقطية $+q$، $+2q$، $-2q$، $-q$ عند رؤوس مربع طول ضلعه $(a = 5\ cm)$، فإذا كانت قيمة $q = 1 \times 10^{-8}\ C$. احسب شدة المجال الكهربائي في مركز المربع وما اتجاهه؟

س٢: وضعت الشحنة $(q_1 = 1.25\ \mu C)$ عند النقطة $(3, 0)\ cm$ والشحنة $(q_2 = q_1)$ عند النقطة $(-3, 0)\ cm$ أوجد شدة المجال الكهربائي عند النقاط $(0, 0)$، $(0, +3)\ cm$، $(0, -1)\ cm$.

س٣: احسب شدة المجال الكهربائي عند النقطة (A) في الشكل:



س٤: شحنتان $(+q)$، $(-2q)$ المسافة بينهما (d)، جد شدة المجال الكهربائي في النقاط (A، B، C) المبينة في الشكل:



س٥: ثلاث شحنات $(+q)$، $(+Q)$، $(-Q)$ موضوعة على رؤوس مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه (a)، جد شدة المجال الكهربائي عند الشحنة $(+q)$.

س٦: وضعت أربع شحنات نقطية متساوية قيمة كل منها $(40\ \mu C)$ عند رؤوس مربع طول ضلعه $(2\ m)$. احسب شدة المجال الكهربائي في نقطة تقع على بعد $(4\ m)$ من مركزه وتقع على امتداد قطره.

س٧: تبعد الشحنة q_2 عن الشحنة q_1 بمسافة قدرها $(10\ cm)$. في أية نقطة على الخط الواصل بين الشحنتين يصبح المجال الكهربائي يساوي صفر إذا علمت أن $(q_1 = +1 \times 10^{-6}\ C)$ وإن $(q_2 = +2 \times 10^{-6}\ C)$.

س٨: كرة صغيرة كتلتها $(0.6\ gm)$ وشحنتها $(8\ \mu C)$، تتدلى بواسطة خيط نحو الأسفل في مجال شدته $300\ N/C$، ما قوة الشد في الخيط إذا كانت: أ. شحنة الكرة الموجبة، ب. شحنة الكرة السالبة.

س٩: كرة صغيرة كتلتها $(0.6\ gm)$ معلقة بخيط وتتدلى في مجال أفقي شدته $(700\ N/C)$، ما قوة الشد في الخيط وما شحنة الكرة.

الفصل الثالث

قانون كاوس

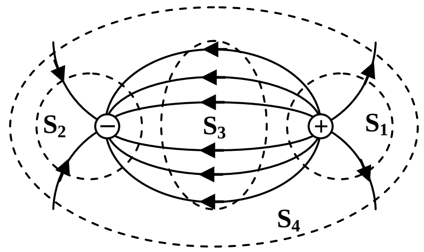
٣-١ مقدمة

مما سبق عرفنا كيفية حساب المجال الكهربائي لتوزيع معين من الشحنات باستخدام قانون كولوم، وفي هذا الفصل سندرس **طريقة أخرى لحساب المجال الكهربائي باستخدام قانون كاوس.**

والعالم كاوس هو العالم الألماني الذي اشتغل كثيراً في مجال الفيزياء العملية والنظرية والرياضيات.

إن العلاقة التي تعرف بقانون كاوس تعتبر صفة مهمة من صفات المجال الكهربائي الكهروستاتيكي، ويعبر قانون كاوس عن العلاقة بين فيض المجال الكهربائي (ϕ) خلال سطح افتراضي وقيمة الشحنة الكلية التي يحتويها السطح.

والفيض الكهربائي ϕ هو خاصية لجميع المجالات المتجهة ويتم قياس أو حساب الفيض الكهربائي ϕ بواسطة عدد خطوط القوى التي تقطع سطح ما (أي تمر خلال سطح ما).



وبالنسبة للسطوح المغلقة في مجال كهربائي نلاحظ ما يلي:

١. تكون ϕ موجبة إذا كان اتجاه خطوط القوة خارجاً.

٢. تكون ϕ سالبة إذا كان اتجاه خطوط القوة داخلاً.

والشكل المجاور يوضح هذه الظاهرة:

* ϕ موجبة بالنسبة للسطح S_1
* ϕ سالبة بالنسبة للسطح S_2
* ϕ = ٠ بالنسبة للسطح S_3

لأنه ليس هناك شحنة داخل السطح S_3 أي أن $q = 0$

* ϕ = ٠ بالنسبة للسطح S_4

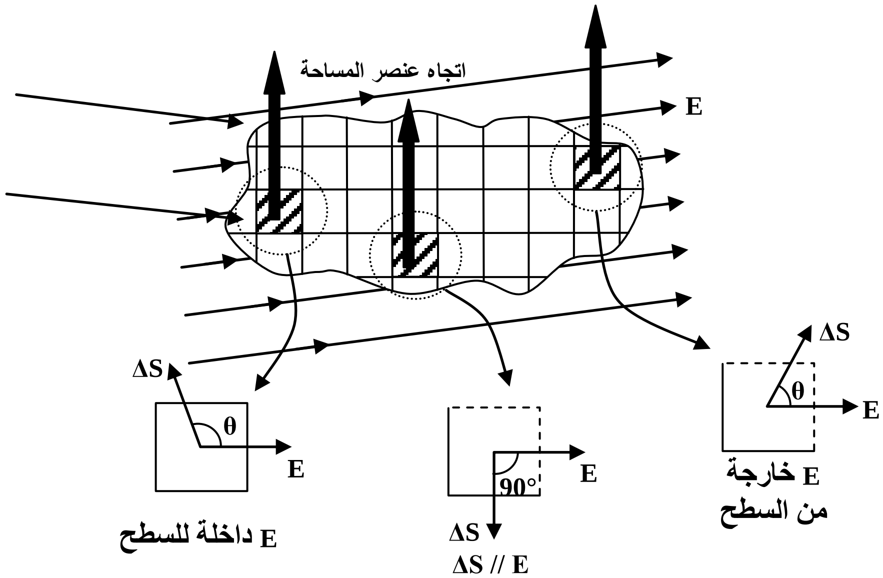
ملاحظة: يعتبر قانون كاوس أحد المعادلات الأربعة الأساسية للمعادلات الكهرومغناطيسية.

لمعرفة ϕ بشكل أدق:

١- نفترض وجود سطح مغلق اختياري موضوع في مجال كهربائي غير ثابت (E)

٢- نفترض ان هذا السطح مقسماً إلى وحدات (مربعات صغيرة) قيمة الواحد منها ΔS، حيث يمكن اعتبار كل وحدة أو مربع كمستوي مساحته ΔS (عنصر المساحة)

٣- وقيمة (عنصر المساحة) نفس قيمة ΔS، أما اتجاهه فإلى الخارج وعمودياً على السطح كما مبين في الشكل:



ΔS هو العمود على عنصر المساحة (ويمثل اتجاه عنصر المساحة).

يتضح من الرسم ما يأتي:

بالنسبة لعناصر المساحة المأخوذة والتي تمثل سطوح مغلقة افتراضية فإن الزاوية بين $\vec{E}$ و ΔS هي:

١. أكبر من $90°$ $\qquad \phi < 0$

٢. $90°$ $\qquad \phi = 0$

٣. أقل من $90°$ $\qquad \phi > 0$

ويتضح من الأشكال الثلاثة بأن:

١. تكون E داخل للسطح لذلك تكون قيمة الفيض سالبة، حيث تم وضع السطح الافتراضي في المجال الكهربائي وإن $\theta > 90°$.

٢. يكون اتجاه المجال موازياً لعنصر المساحة (قيمة عنصر المساحة) وبذلك تكون قيمة الفيض مساوية إلى الصفر ($\phi = 0$) لأن الزاوية المحصورة بين متجه المجال و اتجاه عنصر المساحة = $90°$.

٣. يكون اتجاه المجال خارجاً من عنصر المساحة (قيمة عنصر المساحة) ، أي أن الزاوية بين العمود على عنصر المساحة (اتجاه عنصر المساحة) والمجال تكون أقل من $90°$ ($\theta < 90°$) وبذلك يكون الفيض ϕ موجباً.

* يمكن أن يكتب الفيض بالصيغة التالية:

$$\phi = \sum E.\Delta S$$

ويقاس بوحدات $N.m^2/coul$

* ولمعرفة الفيض بالضبط نطبق معادلة التكامل بالنسبة للفيض للسطح المغلق

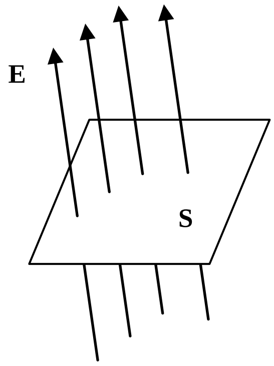
$$\phi = \oint E.\Delta S$$
$$= \oint E\, dS \cos\theta$$

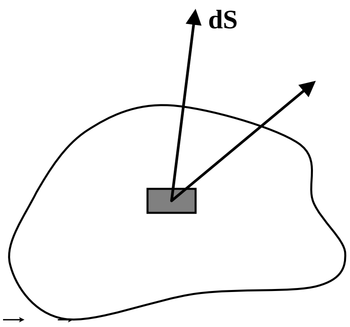
* ϕ كمية عددية ناتجة من حاصل ضرب $E.dS$

٣-٢ الفيض الكهربائي الناتج عن المجال الكهربائي

يمكن استخدام خطوط القوى الكهربائية لحساب قيمة المجال من معرفة الفيض. ففي حالة وجود سطح ما مساحته (S) في مجال كهربائي (E) عمودي على السطح، وإن مقدار شدة المجال الكهربائي متساوية لجميع نقاط السطح

$$\phi = ES \quad .... (1)$$





أما إذا كان السطح المرسوم في المجال غير عمودي على المجال وإن مقدار شدة المجال تتغير من نقطة لأخرى، يمكن حساب الفيض في هذه الحالة بتكامل المركبة العمودية للمجال على السطح كما في المعادلة التالية:

$$\phi = \oint \vec{E}.\Delta\vec{S} \quad .... (2)$$

$$\phi = \oint E\cos\theta\, dS \quad .... (2)$$

θ = الزاوية المحصورة بين اتجاه المجال واتجاه العمود المقام على السطح (S).

٣-٣ الفيض الكهربائي نتيجة شحنة نقطية

لحساب الفيض الكهربائي لنقطة مشحونة، نفرض سطح كروي مغلق وتوجد الشحنة بمركزها كما في الشكل المجاور.

إن خطوط القوة الكهربائية المنبعثة من الشحنة تكون بشكل خطوط مستقيمة وشعاعية.

$$\therefore \phi = \oint \vec{E}.\Delta\vec{S}$$

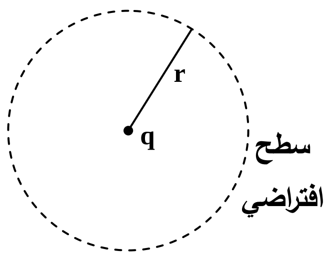
$$\phi = \oint E\cos\theta\, dS$$

$$\phi = E\oint dS$$

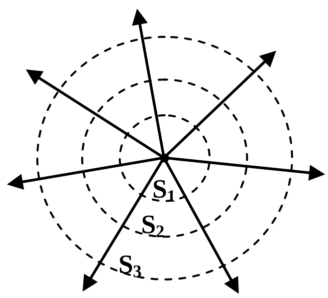
$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_\circ}\cdot\frac{q}{r^2}$$

$$\therefore \phi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_\circ}\cdot\frac{q}{r^2}\,(4\pi r^2) = \frac{q}{\varepsilon_\circ}$$

$$\boxed{\therefore \phi = \frac{q}{\varepsilon_\circ}}$$



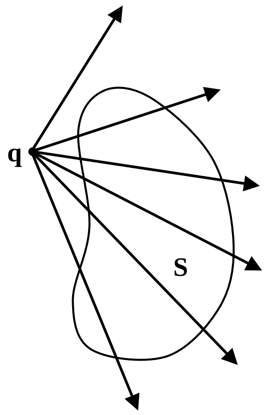
٣-٤ سطح كاوس



الفيض الكلي المار خلال الأسطح S_1، S_2، S_3 تساوي

$$\phi = \frac{q}{\varepsilon_\circ}$$

∴ الفيض الكلي خلال أي سطح مغلق لا يعتمد على شكل السطح ولا يعتمد على المسافة (r).



في الشكل المجاور، إذا تم وضع شحنة خارج سطح كاوس (أي سطح مغلق) فنلاحظ أن عدد خطوط المجال الكهربائي الداخلي إلى السطح تساوي عدد خطوط المجال الخارجة منه، لذلك يكون الفيض الكلي الناتج في هذه الحالة يساوي صفر، لأن السطح لا يحيط بالشحنة.

٣-٥ قانون كاوس

يعبر قانون كاوس عن العلاقة بين فيض المجال الكهربائي ϕ خلال سطح افتراضي وقيمة الشحنة الكلية التي يحتويها هذا السطح.

وبما أن $\phi = \oint \vec{E}.\Delta\vec{S}$ و $\phi = \dfrac{q}{\varepsilon_\circ}$

وبمساواة المعادلتين نحصل على

$$\boxed{\oint \vec{E}.\Delta\vec{S} = \frac{q_{in}}{\varepsilon_\circ}}$$

وينص قانون كاوس على ما يلي:

إن التكامل السطحي للمركبة العمودية لشدة المجال الكهربائي على أي سطح مغلق يساوي المجموع الكلي للشحنات الموجودة ضمن السطح مقسوماً على سماحية الفراغ ε_o.

q_{in} = كل الشحنات الواقعة ضمن السطح الافتراضي.

ملاحظة:

١. إذا كان السطح يحتوي على أكثر من شحنة نقطية واحدة

$$q_{in} = \sum_{i=1}^{n} q_i$$

٢. إذا كانت الشحنة ذات توزيع متصل، يؤخذ الجزء من الشحنة الواضع ضمن السطح الافتراضي ويهمل الجزء الواقع خارج السطح.

٣. إن ϕ = ٠ عندما $q = 0$

$\phi = 0$ إذا كان المجموع الكلي للشحنات داخل السطح = ٠ [شحنات متساوية المقدار ومختلفة في الإشارة]

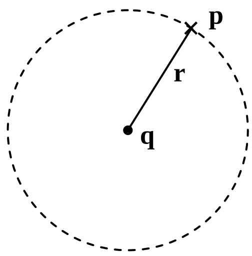
فائدة قانون كاوس

إن العلاقة التي توصل إليها العالم كاوس تعتبر وسيلة سهلة يمكن تطبيقها على أي سطح مغلق يفترض وجوده، لحل المسائل التي تتعلق بالمجالات الكهربائية التي تتوفر فيها صفة التناظر.

٣-٦ تطبيقات على قانون كاوس

١. المجال الناشيء عن شحنة نقطية

المطلوب: إيجاد شدة المجال الكهربائي (E) في نقطة (p) الواقعة على بعد (r) من الشحنة (q).



١) نرسم سطح كاوسي بشكل كرة نصف قطرها (r) ومركزها (q).

٢) نطبق قانون كاوس

$$\oint \vec{E}.\Delta\vec{S} = \frac{q_{in}}{\varepsilon_\circ}$$

$$\oint E\cos\theta\, dS = \frac{q}{\varepsilon_\circ}$$

بما أن مجال الشحنة النقطية يكون شعاعي ومتساوي لجميع نقاط السطح وعمودي على السطح

$$\therefore E \oint dS = \frac{q}{\varepsilon_\circ}$$

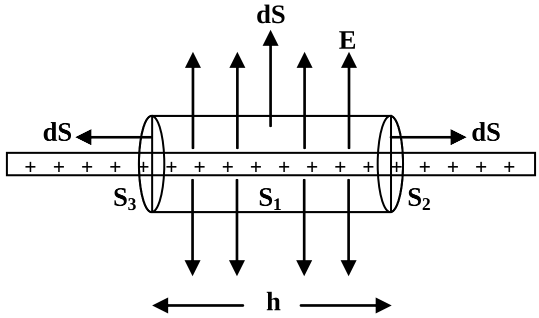
$$E\,S = \frac{q}{\varepsilon_\circ}$$

$$E\,(4\pi r^2) = \frac{q}{\varepsilon_\circ}$$

$$\therefore E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_\circ} \cdot \frac{q}{r^2}$$

٢. المجال الناشيء عن خط لا نهائي الطول من الشحنات

سلك طويل مستقيم طوله غير محدود يحمل شحنة موجبة موزعة بصورة منتظمة بكثافة فيض قدرها (λ) احسب شدة المجال الكهربائي عند نقطة تبعد مسافة قدرها (a) عن الشحنة.



بما أن توزيع الشحنة متجانس..

∴ المجال الناشيء عن الخط يكون باتجاه شعاعي منبثق من الخط، وإن مقدار هذا المجال متساوي لجميع النقاط التي تبعد عن الخط مسافة قدرها (a).

١) ∴ أفضل سطح كاوس ملائم، هو سطح اسطواني دائري مغلق نصف قطره (a) وطوله (h) ومحوره منطبق على الخط.

٢) نطبق قانون كاوس $\oint \vec{E}\, d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_\circ} = \oint E\cos\theta\, dS$

لكي نحسب التكامل السطحي للمركبة العمودية لشدة المجال، نقسم السطح إلى ثلاث أقسام أو سطوح هي (S_1، S_2، S_3).

$$\therefore \oint_S E\cos\theta\, dS = \int_{S_1} E\cos\theta\, dS + \underbrace{\int_{S_2} E\cos\theta\, dS}_{\Downarrow \; 0\ (\theta=90^\circ)} + \underbrace{\int_{S_3} E\cos\theta\, dS}_{\Downarrow \; 0\ (\theta=90^\circ)} = \frac{q}{\varepsilon_\circ}$$

$$\therefore \int_{S_1} E\cos\theta\, dS = \frac{q'}{\varepsilon_\circ}$$

$$E\int dS = \frac{\lambda h}{\varepsilon_\circ} \qquad [\theta = 0] \qquad (q' = \lambda h)$$

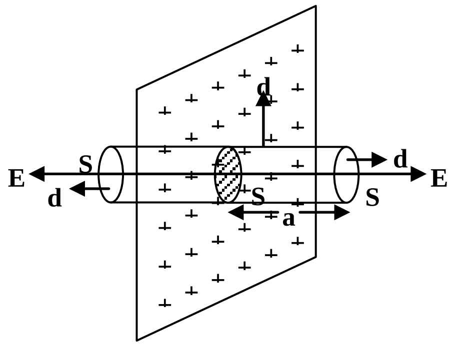
$$ES = \lambda h$$

$$E(2\pi a h) = \lambda h$$

$$\boxed{\therefore E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_\circ a}}$$

٣. المجال الناشيء عن شحنة موزعة بشكل صفيحة مستوية

صفيحة رقيقة ومستوية ولا نهائية من الشحنات الموجبة موزعة بانتظام بكثافة سطحية قدرها (σ) جد شدة المجال الكهربائي عند نقطة تبعد مسافة قدرها (a) عن مستوي الصفيحة.



١) نختار سطح كاوس وهو عبارة عن اسطوانة تسمى (pill box) (علبة الأقراص) مساحة مقطعها (S) وارتفاعها (2a)، بحيث يكون محور الاسطوانة عمودياً على مستوي الشحنة.

ملاحظة: إن المجال الناشيء عن الصفيحة يكون عمودياً على المستوي ومبتعداً عنه ومقداره متساوي.

٢. نطبق قانون كاوس

$$\oint \vec{E}.\Delta\vec{S} = \frac{q'}{\varepsilon_\circ}$$

$$\oint_S \vec{E}\, d\vec{S} = \oint_S E\cos\theta\, dS = \underbrace{\int_{S_1} E\cos\theta\, dS}_{\Downarrow \; 0\ (\theta=90^\circ)} + \underbrace{\int_{S_2} E\cos\theta\, dS}_{\Downarrow \; ES\ (\theta=0)} + \underbrace{\int_{S_3} E\cos\theta\, dS}_{\Downarrow \; ES\ (\theta=0)} = \frac{q'}{\varepsilon_\circ}$$

$$\therefore \oint_S \vec{E}\, d\vec{S} = 0 + ES + ES = \frac{q'}{\varepsilon_\circ}$$

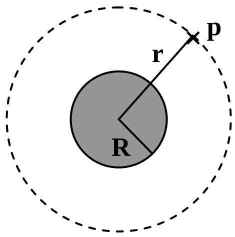
$$2ES = \frac{\sigma S}{\varepsilon_\circ} \qquad [q' = \sigma S]$$

$$\boxed{\therefore E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_\circ}}$$

٤. المجال الناشيء عن شحنة كروية الشكل

شحنة موجبة مقدارها (q) موزعة بانتظام بشكل كرة نصف قطرها (R).

جد شدة المجال الكهربائي أ. خارج الكرة ب. داخل الكرة



ملاحظة: إن الجسم الكروي غير موصل، بما أن التوزيع متجانس ∴ المجال الكهربائي يكون شعاعي ومنبثق من مركز الكرة، وإن مقدار المجال يكون متساوي لجميع النقاط التي تبعد من مركز الشحنة.

أ.

١) نختار سطح كاوس بشكل كرة نصف قطرها (r) بحيث تمر بالنقطة المراد إيجاد المجال فيها (p).

٢) نطبق قانون كاوس

$$\oint \vec{E}\, d\vec{S} = \frac{q'}{\varepsilon_\circ} = \oint E \cos\theta\, dS$$

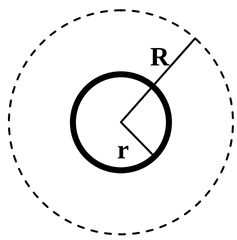
$$\therefore E \oint dS = \frac{q'}{\varepsilon_\circ}$$

$$ES = \frac{q'}{\varepsilon_\circ}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{q'}{\varepsilon_\circ}$$

$$\boxed{\therefore E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_\circ} \cdot \frac{q'}{r^2}}$$

ب. $r < R$ داخل الكرة



١) نرسم سطح كاوس بشكل كرة نصف قطرها (r) متحدة المركز مع الكرة الأصلية بحيث $r < R$.

٢) نطبق قانون كاوس

$$\oint \vec{E}\, d\vec{S} = \frac{q'}{\varepsilon_\circ} = \oint E \cos\theta\, dS$$

q' = الشحنة الموجودة ضمن سطح كاوس

$$\therefore ES = \frac{q'}{\varepsilon_\circ}$$

$$q' = \rho v'$$

ρ = الكثافة الحجمية للشحنة

v' = حجم سطح كاوس

$$\rho = \frac{q}{\text{total volumn}} = \frac{q}{(\frac{4}{3}\pi R^3)}$$

$$v' = (\frac{4}{3}\pi R^3)$$

$$\therefore q' = \frac{q}{(\frac{4}{3}\pi R^3)}(\frac{4}{3}\pi R^3) = \frac{3q}{4\pi R^3} \times \frac{4}{3}\pi R^3 = q(\frac{r^3}{R^3})$$

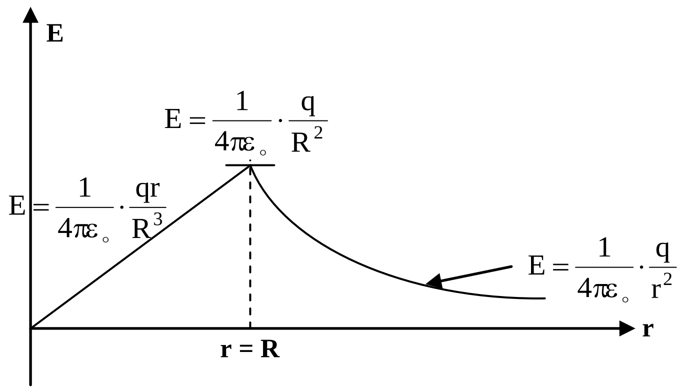
$$ES = \frac{q}{\varepsilon_\circ}(\frac{r^3}{R^3})$$

$$\therefore E(4\pi r^2) = \frac{q}{\varepsilon_\circ}(\frac{r^3}{R^3})$$

$$\boxed{\therefore E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_\circ} \cdot (\frac{qr}{R^3})}$$

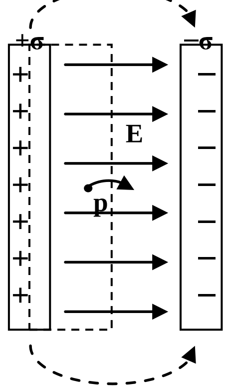
من هذه العلاقة نستنتج أن شدة المجال يساوي صفر في مركز الكرة ويزداد خطياً بالابتعاد عن مركز الكرة.

على سطح الكرة $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_\circ} \cdot \frac{q}{R^2}$



العلاقة بين شدة المجال (E) ونصف القطر (r) للشحنة الكروية.

٧-٣ المجال الكهربائي بين لوحين موصلين متوازيين



الشكل المجاور يبين لوحين موصلين متوازيين مشحونين بنفس المقدار أحدهما موجب والآخر سالب.

إن المجال الكهربائي الناشيء عنهما يكون بصورة عامة منتظماً، عدا المنطقة قرب حافتي اللوحين حيث يكون غير منتظم هناك. ولكن إذا كانت المسافة بين اللوحين صغيرة بالمقارنة مع بعديهما أمكننا إهمال تأثير الحافتين واعتبار المجال منتظماً كما في حالة المتسعات،

عندئذ تكون الشحنة موزعة بانتظام على وجهي اللوحين المتقابلين، ولإيجاد شدة المجال باستخدام قانون كاوس، نختار سطح كاوس بشكل متوازي المستطيلات، بحيث تكون إحدى قاعدتيه داخل اللوح الموجب والأخرى في الفراغ كما مبين في الشكل أعلاه.

١. إن الفيض خلال قاعدة سطح كاوس التي تقع داخل اللوح يساوي صفر لأن شدة المجال داخل الموصل تساوي صفر.

٢. إن الفيض خلال السطوح الجانبية لسطح كاوس يساوي صفر أيضاً لأن $(\theta = 90^\circ)$.

∴ الفيض الكلي خلال سطح كاوس يكون

$$\oint \vec{E}\, d\vec{S} = \frac{q'}{\varepsilon_\circ}$$

$$\oint E \cos\theta\, dS = \frac{q'}{\varepsilon_\circ}$$

$$E\oint dS = \frac{\sigma A}{\varepsilon_\circ} \quad (q' = \sigma A)$$

حيث أن $q' = \sigma A$ = الشحنة الكلية داخل سطح كاوس

$$\therefore EA = \frac{\sigma A}{\varepsilon_\circ}$$

$$\boxed{\therefore E = \frac{\sigma}{\varepsilon_\circ}}$$

ولا غرابة فيما يبدو من عدم اعتبار الشحنات السالبة على الآخر عند إيجاد شدة المجال بتطبيق قانون كاوس، ذلك أن هذه الشحنات سوف تؤثر على الشحنات الموجبة في اللوح الآخر وتجعلها تتجمع على سطح واحد فقط وهو السطح المقابل، ولو اخترنا سطح كاوس بحيث يقطع اللوح السالب بدل اللوح الموجب لحصلنا بالطبع على النتائج نفسها.

٣-٨ مجال الجسم المشحون عندما يكون في حالة اتزان كهروستاتيكي

من المعلوم أن الجسم الموصل يحتوي على شحنات طليقة، لها حرية تامة في الحركة عند تأثرها بالمجال الكهربائي. فإذا وضعت شحنة إضافية (سالبة كانت أم موجبة) على جسم موصل فإنها تولد مجالات كهربائية في داخله ونتيجة لذلك تتحرك الشحنات الطليقة مكونة تيارات موضعية تعمل على إعادة توزيع الشحنة مما يؤدي إلى تناقص شدة المجالات الكهربائية داخل الموصل ثم تلاشيها، عندئذ تتوقف هذه التيارات الكهربائية تلقائياً ويصبح الجسم الموصل في حالة اتزان كهروستاتيكي (Electrostatic equilibrium) أي تصبح الشحنات مستقرة في مواضعها، أما عملية إعادة توزيع الشحنة فيستغرق زمناً قصيراً عادة يمكن إهماله في أغلب الأحيان، وتحت الظروف الكهروستاتيكية نستنتج أن المجال الكهربائي داخل الجسم الموصل يجب أن يكون صفراً.

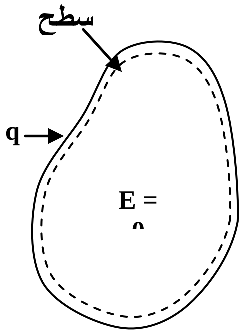
وبالاستعانة بقانون كاوس يمكن إثبات ما يلي:

إذا وضعت شحنة إضافية على جسم موصل معزول، استقرت جميعها على سطحه الخارجي.

يبين شكل (١) جسماً موصلاً غير منتظم الشكل ومعزول، وقد أعطي شحنة إضافية قدرها (+q).

١. نرسم سطح كاوس داخل الموصل وعلى بعد قليل عن سطحه الحقيقي (كما مبين في شكل (١)).

٢. نطبق قانون كاوس



شكل (١)

$$\phi = \oint \vec{E}\, d\vec{S} = \frac{q'}{\varepsilon_\circ}$$

بما أن الجسم موصل

∴ (E) داخل سطح كاوس = ٠

∴ ϕ خلال سطح كاوس = ٠

$$\phi = \oint \vec{E}\, d\vec{S} = 0$$

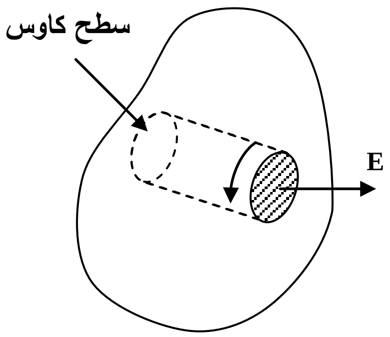
واستناداً إلى قانون كاوس، فإن الشحنة الكلية الموجودة ضمن سطح كاوس أيضاً صفر $(q' = 0)$.

∴ الشحنة الإضافية (q) يجب أن تكون بأجمعها خارج سطح كاوس. ولما كان سطح كاوس مرسوماً تحت السطح الحقيقي للموصل بمسافة جداً صغيرة.

∴ نستنتج من ذلك أن الشحنة (q) الإضافية يجب أن تستقر على السطح الحقيقي للموصل.

٣-٩ مقدار واتجاه شدة المجال الكهربائي خارج الجسم الموصل عند النقاط التي تبعد مسافات صغيرة عن سطحه

إن اتجاه المجال يجب أن يكون عمودياً على السطح ونحو الخارج. فلو كان المجال غير عمودي على السطح لكانت له مركبة موازية للسطح، ولتأثرت الشحنات الموجودة على السطح بهذه المركبة وكونت تيارات سطحية، وهذا مخالف لما افترضناه من أن الموصل في حالة اتزان كهروستاتيكي وأن الشحنات هي ثابتة في مواضعها على سطحه، لذا يجب أن يكون المجال عمودياً على سطح الموصل المشحون.



شكل (٢)

أما مقدار شدة المجال فيمكن حسابه من قانون كاوس كما يلي:

١. نختار سطح كاوس بشكل اسطوانة صغيرة (pill box) عمودية على سطح الموصل كما مبين في شكل (٢). مساحة مقطعها (S) بحيث أن إحدى قاعدتيها تقع داخل الموصل والأخرى خارجه مباشرة.

ϕ (الفيض) خلال القاعدة التي تقع داخل الموصل = ٠

ϕ خلال السطح الاسطواني = ٠

$$\therefore \oint \vec{E}\, d\vec{S} = \frac{q'}{\varepsilon_\circ}$$

$$\oint E\cos\theta\, dS = \frac{q'}{\varepsilon_\circ}$$

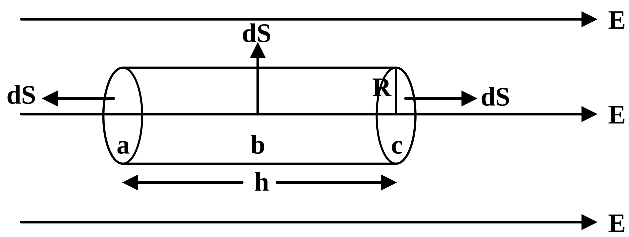
$$ES = \frac{\sigma S}{\varepsilon_\circ}$$

حيث أن σ تمثل الكثافة السطحية للشحنة الموجودة على سطح الموصل وهي غالباً ما تكون متغيرة من نقطة لأخرى على سطح الموصل، إلا في بعض الحالات الخاصة (كأن يكون الموصل بشكل كرة)

$$\boxed{\therefore E = \frac{\sigma}{\varepsilon_\circ}}$$

مثال (١):

جد الفيض الكلي خلال السطح الاسطواني المغلق المفترض وجوده في مجال كهربائي منتظم شدته (E) بحيث يكون محور السطح الاسطواني موازياً للمجال. علماً أن نصف قطر السطح الاسطواني (R) وطوله (h).



$$\phi = \oint \vec{E}\, d\vec{S}$$

$$\phi = \int_a \vec{E}\, d\vec{S} + \int_b \vec{E}\, d\vec{S} - \int_c \vec{E}\, d\vec{S}$$

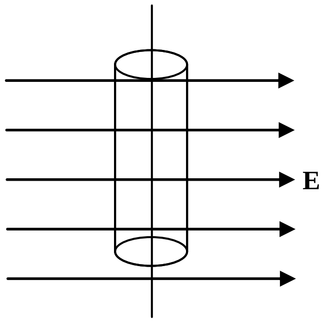
$$\phi = \int_a \vec{E}\, d\vec{S} = \int E\cos 180^\circ\, dS = -E\int dS = -E(\pi R^2)$$

$$\int_c \vec{E}\, d\vec{S} = \int E\cos 0\, dS = E(\pi R^2)$$

$$\int_b \vec{E}\, d\vec{S} = E\cos(90^\circ) = 0$$

$$\therefore \phi = -ES + ES + 0 = 0$$

∴ φ = ٠ أي أن عدد خطوط القوة التي تدخل السطح = عدد الخارجة لأن المجال منتظم.



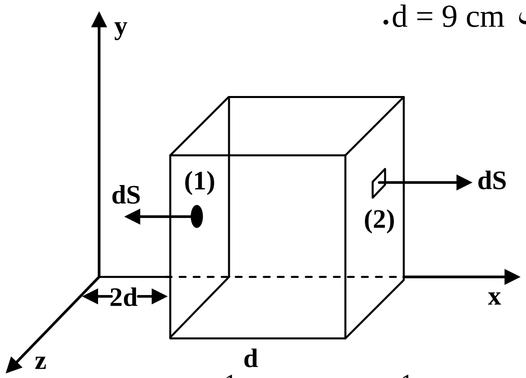
مثال (٢):

إذا كانت المركبات الثلاثة المتعامدة لشدة المجال الكهربائي هي

$E_x = 10^4 x^{\frac{1}{2}}, \quad E_y = 0, \quad E_z = 0$.

١. احسب الفيض الكلي خلال سطوح المكعب المبين في الشكل المجاور.

٢. مقدار الشحنة الموجودة في داخل المكعب، علماً بأن طول ضلع المكعب $d = 9$ cm.



١. نعتبر أولاً وجه المكعب (S_1) المؤشر بالرقم (١). إن هذا السطح عمودي على مركبة المجال E_x ويبعد مسافة (2d) عن نقطة الأصل.

$$\therefore E_x = 10^4 x^{\frac{1}{2}} = 10^4 (2d)^{\frac{1}{2}}$$

وبالتعويض عن ($d = 9$ cm) = (0.09 mm)

$$\therefore E_x = 10^4 (2 \times 0.09)^{\frac{1}{2}} = 4.2 \times 10^3 \ \text{N/C}$$

وإن هذا المقدار ثابت لجميع نقاط السطح.

$$\phi_1 = \int_{S_1} E_x \cos\theta \, dS = 4.2 \times 10^3 \cos(180^\circ) \int_{S_1} dS$$

$$\phi = -E_x S_1 = -E_x (d^2) \qquad (d^2 = S_1 \text{ حيث مساحة})$$

$$\therefore \phi = -4.2 \times 10^3 \times (0.09)^2 = -34 \ \text{Nm}^2/\text{C}$$

أما سطح المكعب الآخر (S_2) يبعد مسافة (3d) عن نقطة الأصل

$$\therefore E_x = 10^4 x^{\frac{1}{2}} = 10^4 (3d)^{\frac{1}{2}} = 10^4 (3 \times 0.09)^{\frac{1}{2}} = 5.2 \times 10^3 \ \text{N/C}$$

وبنفس الطريقة نجد الفيض خلال السطح (S_2)، حيث $\theta = 0$.

$$\therefore \phi_2 = 5.2 \times 10^3 \times (0.09)^2 = 42 \ \text{Nm}^2/\text{C}$$

أما مقدار الفيض خلال السطوح الأخرى = صفر، لأن مركبات المجال E_y، E_z على هذه السطوح تساوي صفر.

$$\therefore \phi\,(\text{total}) = \phi_1 + \phi_2 = 42 - 34 = 8 \ \text{Nm}^2/\text{C}$$

٢. لحساب مقدار الشحنة التي يجب أن يحتويها هذا المكعب نستخدم قانون كاوس

$$\phi = \frac{q}{\varepsilon_\circ}$$

$$\therefore q = \phi \varepsilon_\circ = (8.85 \times 10^{-12} \ \frac{C^2}{Nm^2})(8 \ \frac{Nm^2}{C})$$

$$q = 70.8 \times 10^{-12} \ \text{C}$$

مثال (٣):

وضعت شحنة نقطية موجبة قدرها ($10 \ \mu C$) في مركز سطح كاوسي مكعب الشكل طول ضلعه (20 cm). احسب فيض المجال الكهربائي خلال هذا السطح المغلق.

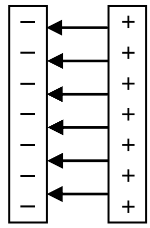
قانون كاوس $$\phi = \frac{q}{\varepsilon_\circ}$$

$$\therefore \phi = \frac{10\times10^{-6}}{8.85\times10^{-12}} = 1.13\times10^{6}\ \frac{Nm^2}{C}$$

مثال (٤):

لوحان معدنيان يحملان شحنتين متساويتين بالمقدار ومتعاكستين بالإشارة، المسافة بينهما (1.0 cm)، فإذا علم أن شدة المجال الكهربائي المتكون في المنطقة بين اللوحين 50 N/C ومساحة كل من اللوحين تساوي ($100\ cm^2$)، جد شحنة كل من اللوحين.

إن شدة المجال الكهربائي المتكون في الفضاء بين اللوحين هو



$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_\circ}\ ....\ (1)$$

$$\sigma = \frac{q}{A} = \frac{\text{الشحنة الكلية}}{\text{المساحة}}$$

$$\therefore q = \sigma A$$

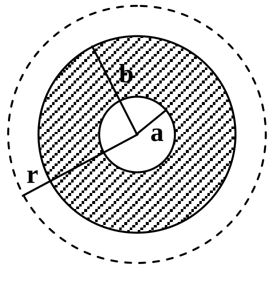
$\sigma = E\varepsilon_\circ$ من معادلة (١)

$$\therefore q = E\varepsilon_\circ A = 50\times100\times10^{-4}\times8.85\times10^{-12}$$

$$q = 4.4\times10^{-12}\ C$$

مثال (٥):

يبين الشكل المجاور جسماً عازلاً بشكل كرة مجوفة نصف قطرها (b) ونصف قطر التجويف في داخلها (a)، وقد وزعت شحنة موجبة بشكل منتظم في جميع نقاطها بكثافة قدرها $\rho\ (\frac{C}{m^3})$. المطلوب إيجاد شدة المجال الكهربائي بدلالة ρ عند النقاط التي تبعد مسافة قدرها (r) عن مركز الكرة حيث $1.\ r > b \quad 2.\ a < r < b$



١.

أ. نرسم سطح كاوس بشكل كرة نصف قطرها (r) بحيث $r > b$

من التناظر يتضح أن المجال الكهربائي يكون بالاتجاه الشعاعي وعمودياً على سطح كاوس، وأن مقدار هذا المجال يكون متساوي عند جميع نقاط السطح.

ب. نطبق قانون كاوس

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_\circ}$$

$$\oint E\cos\theta\, dS = \frac{q}{\varepsilon_\circ} = E\int dS \qquad [\theta = 0]$$

$$\therefore ES = \frac{q}{\varepsilon_\circ}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{q}{\varepsilon_\circ}$$ حيث $(4\pi r^2)$ تمثل مساحة سطح كاوس

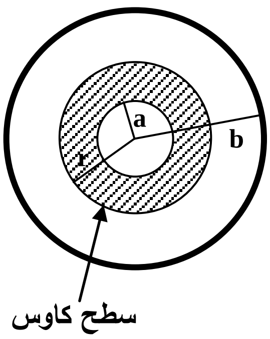
ولما كانت الشحنة بأجمعها واقعة ضمن سطح كاوس

$$\therefore q = \rho\,(\frac{4}{3}\pi b^3 - \frac{4}{3}\pi a^3)$$

$$\therefore E = \frac{\rho}{3\varepsilon_\circ}(\frac{b^3 - a^3}{r^2})$$

٢. لإيجاد شدة المجال الكهربائي عند النقطة $a < r < b$

أ. نرسم سطح كاوس بشكل كرة نصف قطرها (r) بحيث $a < r < b$



$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{q'}{\varepsilon_\circ}$$

q' = الشحنة الواقعة ضمن سطح كاوس

$$q' = \rho\,(\frac{4}{3}\pi r^3 - \frac{4}{3}\pi a^3)$$

$$\therefore \oint E\cos\theta\, dS = \frac{\rho}{\varepsilon_\circ}(\frac{4}{3}\pi r^3 - \frac{4}{3}\pi a^3)$$

$$ES = \frac{\rho}{\varepsilon_\circ}(\frac{4}{3}\pi r^3 - \frac{4}{3}\pi a^3)$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{\rho}{\varepsilon_\circ}\frac{4}{3}\pi\,(r^3 - a^3)$$

$$\therefore E = \frac{\rho}{3\varepsilon_\circ}(\frac{r^3 - a^3}{r^2}) = \frac{\rho}{3\varepsilon_\circ}(r - \frac{a^3}{r^2})$$

مثال (٦):

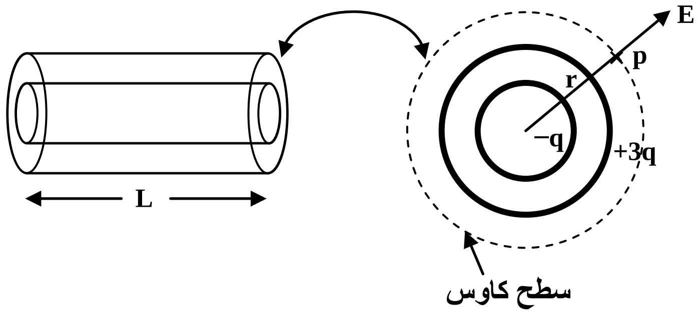
يبين الشكل المجاور مقطعاً لاسطوانتين مجوفتين معدنيتين طويلتين طولهما (L).

الاسطوانة الداخلية مشحونة بشحنة سالبة قدرها $(-q)$ والخارجية بشحنة موجبة قدرها $(+3q)$. جد باستخدام قانون كاوس:

١. شدة المجال خارج الاسطوانة الخارجية.

٢. شدة المجال خارج المنطقة بين الاسطوانتين.

٣. كيفية توزيع الشحنة على الأسطوانة الخارجية.



.١

أ. نرسم سطح كاوس بشكل اسطوانة نصف قطرها (r) وطولها (h)، من التناظر يتبين أن مقدار شدة المجال متساوٍ لجميع نقاط السطح الاسطواني، وأن اتجاه المجال عمودياً عليه.

ب. نطبق قانون كاوس

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{q'}{\varepsilon_\circ}$$

$$\oint E\cos\theta\, dS = \frac{q'}{\varepsilon_\circ}$$

$$E\int dS = \frac{q'}{\varepsilon_\circ}$$

$$ES = \frac{q'}{\varepsilon_\circ}$$

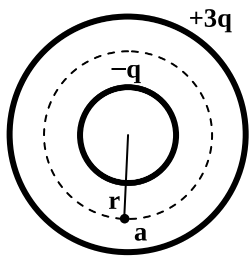
$$q' = (\frac{3q-q}{L})h$$

$$\therefore E\,(2\pi rK) = (\frac{3q-q}{L})\frac{h'}{\varepsilon_\circ}$$

$$\boxed{\therefore E = \frac{q}{2\pi rL}}$$

اتجاه E يكون باتجاه شعاعي إلى الخارج

٢. بين الاسطوانتين



أ. نرسم سطح كاوس بشكل اسطوانة نصف قطرها (r) وطولها (h) بحيث

$a < r < b$

ب. نطبق قانون كاوس

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{q'}{\varepsilon_\circ}$$

$$q' = (\frac{-q}{L})h$$

$$\therefore \oint E\cos\theta\, dS = (\frac{-q}{L})\frac{h}{\varepsilon_\circ}$$

$$E\oint dS = (\frac{-q}{L})\frac{h}{\varepsilon_\circ}$$

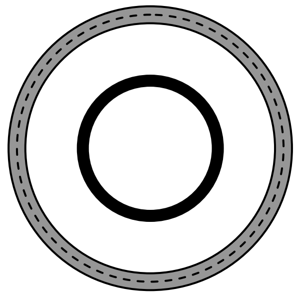
$$ES = (\frac{-q}{L})\frac{h}{\varepsilon_\circ}$$

$$E(2\pi rh) = (\frac{-q}{L})\frac{h}{\varepsilon_\circ}$$

$$\therefore E = \frac{-q}{2\pi\varepsilon_\circ rL}$$

وتدل إشارة الناقص على أن الشحنة سالبة وأن اتجاه المجال نحو الداخل

٣. نتخيل سطح كاوس بشكل اسطوانة موجودة داخل الاسطوانة المجوفة الخارجية كما مبين في الشكل المجاور



ولما كانت الاسطوانة الخارجية موصلة.

∴ شدة المجال داخلها يساوي صفر

$E = 0$

$\therefore \phi = 0$

$$\therefore \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_\circ} = 0$$

∴ الشحنة داخل سطح كاوس q في هذه الحالة [الناتج من جمع الشحنة على الاسطوانة الداخلية مع الشحنة على السطح الداخلي للاسطوانة الخارجية] يجب أن تساوي صفر.

وبما أن مقدار الشحنة على الاسطوانة الداخلية يساوي $(-q)$.

إذن يجب أن يكون مقدار الشحنة على السطح الداخلي للاسطوانة الخارجية يساوي $(+q)$، وما تبقى من شحنة الاسطوانة الخارجية $(+2q)$ يجب أن يكون على سطحها الخارجي.

اسئلة الفصل الثالث

٣-١) شحنة موجبة قدرها $(30 \times 10^{-6}\ C)$ وضعت في مركز سطح كروي نصف قطره 10 cm، احسب عدد خطوط القوة التي تنفذ خلال خذا السطح.

$$\phi = \frac{q}{\varepsilon_\circ} = \frac{30 \times 10^{-6}}{8.85 \times 10^{-12}} = 2.26 \times 10^{6}\ Nm^2/C$$

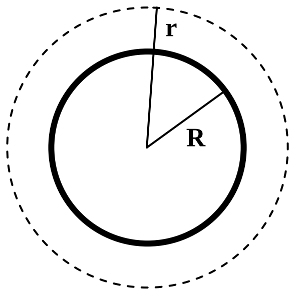
٣-٢) سطح كروي موصل نصف قطره (K) يحمل شحنة موجبة كثافتها السطحية (σ). بواسطة قانون كاوس أوجد شدة المجال الكهربائي عند نقطة:

أ. خارج السطح الكروي ب. داخل السطح الكروي

أ.

١. نرسم سطح كاوس بشكل كرة متحدة المركز مع الكرة المشحونة

٢. نطبق قانون كاوس



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q'}{\varepsilon_\circ}$$

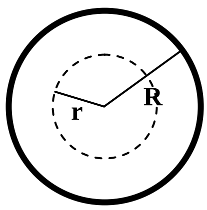
$$\oint E \cos\theta\, dS = \frac{q'}{\varepsilon_\circ}$$

$$E \int dS = \frac{q'}{\varepsilon_\circ} \qquad [\theta = 0]$$

$$ES = \frac{q'}{\varepsilon_\circ}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{\sigma 4\pi R^2}{\varepsilon_\circ}$$

$$\therefore E = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_\circ r^2}$$



ب. داخل الكرة

لأن الشحنة تستقر على سطح الجسم الموصل ← $E = 0$

٣-٣) إذا علمت أن شدة المجال الكهربائي الناشيء عن كرة موصلة مشحونة عند نقطة قريبة من السطح يساوي 10^4 N/C. احسب الكثافة السطحية لشحنة الكرة.

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_\circ}$$

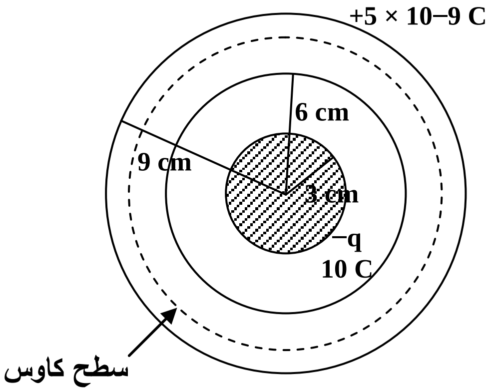
$$10^4 = \frac{\sigma}{8.8 \times 10^{-12}} \qquad \therefore \sigma = 8.8 \times 10^{-8}\ C/m^2$$

٣-٤) كرة موصلة معزولة نصف قطرها (3 cm) تحمل شحنة موجبة قدرها 10^{-9} C تحيط بها كرة مجوفة موصلة معزولة نصف قطرها الداخلي (6 cm) والخارجي (9 cm) تحمل شحنة سالبة قدرها (5×10^{-9} C)، استخدام قانون كاوس لحساب:

١. مقدار الشحنة المستقرة على السطح الداخلي للكرة المجوفة وكذلك على سطحها الخارجي.

٢. شدة المجال الكهربائي عند النقاط التي تبعد مسافات قدرها (12 cm) و (4.5 cm) و (7 cm) من المركز.

١. نرسم سطح كاوس داخل التجويف بشكل كرة نصف قطرها (r)



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q'}{\varepsilon_\circ}$$

$$\oint E \cos\theta \, dS = \frac{q'}{\varepsilon_\circ}$$

$E = 0 \rightarrow$ داخل الجسم الموصل

$$\therefore 0 = \frac{q'}{\varepsilon_\circ}$$

$$\therefore q' = 10^{-9} + q''$$

$$\therefore 0 = 10^{-9} + q''$$

q'' = الشحنة المستقرة على السطح الداخلي للكرة المجوفة.

$$0 = +10^{-9} + q''$$

$$\therefore q'' = -10^{-9} \text{ C}$$

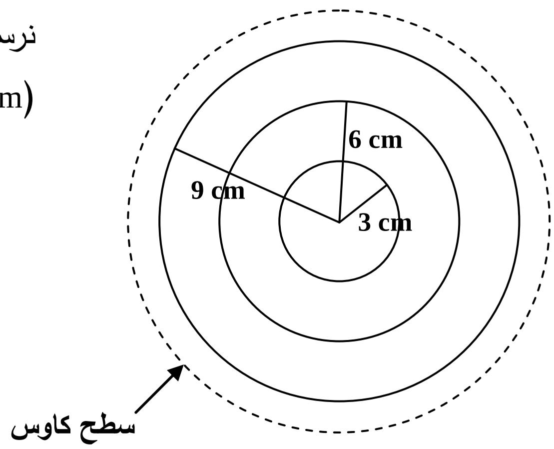
$\therefore$ الشحنة المستقرة على السطح الخارجي للكرة المجوفة هو:

$5 \times 10^{-9} - 10^{-9} = 4 \times 10^{-9}$ C

.٢

أ. شدة المجال عند النقطة التي تبعد (12 cm) من المركز.

نرسم سطح كاوس بشكل كرة متحدة المركز مع الكرتين ونصف قطرها (12 cm)



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q'}{\varepsilon_\circ}$$

$$\oint E \cos\theta \, dS = \frac{q'}{\varepsilon_\circ}$$

$$E \oint dS = \frac{q'}{\varepsilon_\circ}$$

$$ES = \frac{q'}{\varepsilon_\circ}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{-5 \times 10^{-9} + 10^{-9}}{\varepsilon_\circ}$$

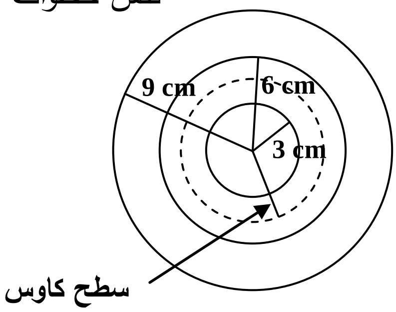
$$E(4\pi\times(12\times10^{-2})^2) = \frac{-4\times10^{-9}}{\varepsilon_\circ}$$

$$\therefore E_{12} = \frac{8.8\times10^{-12}\times4\pi\times(10\times10^{-2})^2}{4\times10^{-9}}$$

$$E_{12} = (\qquad\qquad)$$

ب. شدة المجال عند النقطة التي تبعد مسافة قدرها (4.5 cm) من المركز

نفس خطوات الحل في الفقرة (أ)

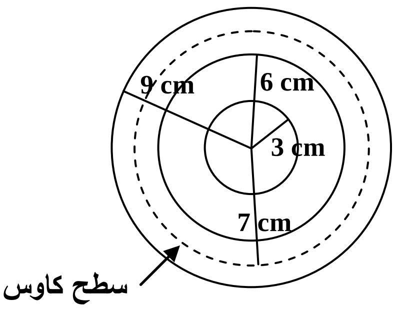


$$ES = \frac{q'}{\varepsilon_\circ}$$

$$E(4\pi\times(4.5\times10^{-2})^2) = \frac{10^{-9}}{\varepsilon_\circ}$$

$$E_{12} = (\qquad\qquad)$$

جـ. شدة المجال الكهربائي عند النقطة التي تبعد مسافة قدرها (7 cm) من المركز.



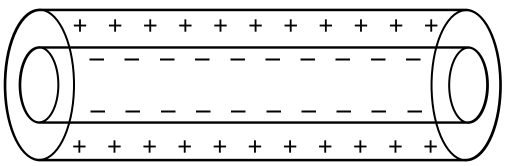
$$ES = \frac{q'}{\varepsilon_\circ}$$

$$E(4\pi\times(7\times10^{-2})^2) = \frac{+10^{-9}-10^{-9}}{\varepsilon_\circ}$$

$$\therefore E = 0$$

٣–٥) اسطوانتان طويلتان متحدتا المحور، الاسطوانة الداخلية نصف قطرها (a) وتحمل شحنة سالبة قدرها $\lambda\frac{C}{m}$، أما الاسطوانة الخارجية فنصف قطرها (b) وتحمل شحنة موجبة بنفس المقدار، استخدم قانون كاوس لإيجاد شدة المجال الكهربائي عند النقاط

1. $r < a$ 2. $r > b$ 3. $a < r < b$

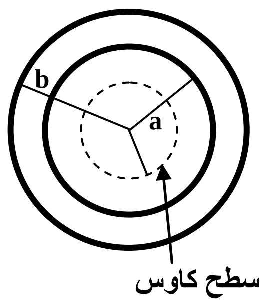


1. $r < a$

نرسم سطح كاوس بشكل اسطوانة متحدة المحور مع الاسطوانتين نصف قطرها (r) وطولها (h)

$$\therefore E = 0$$

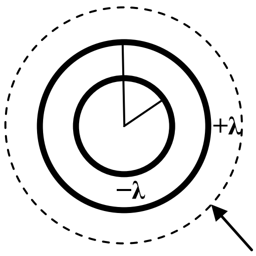
لأن سطح كاوس داخل الجسم الموصل وإن شدة المجال داخل الجسم الموصل يساوي صفر.



مقطع عرضي للاسطوانة

2. r > b

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q'}{\varepsilon_\circ}$$



$$E\oint dS = \frac{q'}{\varepsilon_\circ}$$

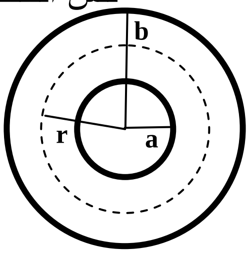
$$ES = \frac{q'}{\varepsilon_\circ}$$

$$E(4\pi rh) = \frac{\lambda h - \lambda h}{\varepsilon_\circ}$$

$$\therefore E = 0$$

3. a < r < b

نفس الخطوات في (١) و (٢)



$$ES = \frac{q'}{\varepsilon_\circ}$$

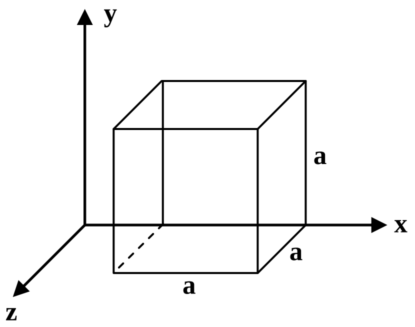
$$E(4\pi rh) = \frac{h - \lambda h}{\varepsilon_\circ}$$

$$\therefore E = \frac{-\lambda}{2\pi\varepsilon_\circ r}$$

تمارين قانون كاوس

١. سطح كروي موصل نصف قطره (10 cm) يحمل شحنة كثافتها السطحية -10^{-12} coul/cm^2. احسب شدة المجال الكهربائي عند النقاط أ) على بعد 8 cm من مركز الكرة. ب) على بعد 15 cm من مركز الكرة.

٢. إذا كانت مركبات المجال الكهربائي في الشكل المجاور كالآتي:

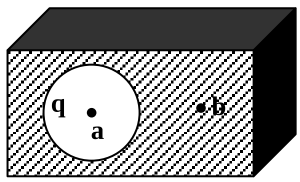


$$E_x = bx^{1/2}$$
$$E_y = E_2 = 0$$
$$b = 800\ \text{nt}/\text{C.m}^{1/2}$$

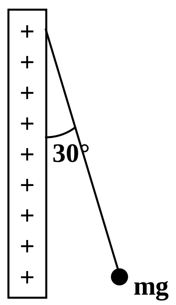
احسب أ) الفيض الكهربائي خلال المكعب.

ب) الشحنة ضمن المكعب مستخدماً قانون كاوس.

٣. لوحان متوازيان كبيران كثافة شحنة الأول السطحية 1n C/m^2 والثاني +3n C/m^2. احسب شدة المجال الكهربائي عند نقطة أ) واقعة بين اللوحين. ب) خارج اللوحين يميناً ويساراً.



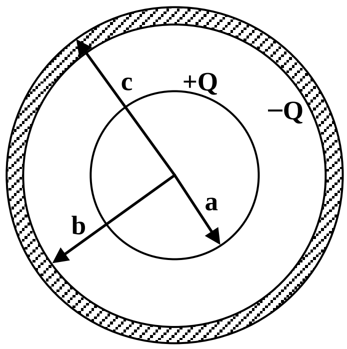
٤. نقطة مشحونة بشحنة مقدارها 1×10^{-7} coul موضوعة في مركز فجوة كروية الشكل (كما في الشكل المجاور) نصف قطرها 3 cm موجودة داخل قطعة معدنية. استخدم قانون كاوس لإيجاد شدة المجال الكهربائي عند النقطة (a) في منتصف المسافة بين مركز الفجوة وسطحها ثم احسب شدة المجال عند النقطة (b) خارج الفجوة.



٥. كرة معدنية كتلتها 1×10^{-3} gm وشحنتها 2×10^{-8} coul معلق بخيط من الحرير يصنع زاوية مقدارها 30° مع صفيحة كبيرة غير موصلة احسب كثافة الشحنة السطحية للصفيحة.

٦. اسطوانتان موصلتان متحدتا المحور طويلتان تحمل الاسطوانة الأولى (الداخلية) شحنة مقدارها (q−) وتحمل الاسطوانة الخارجية شحنة مقدارها (q+). فإذا كانت الشحنة موزعة بانتظام على الطول بكثافة الشحنة الطولية λ. استخدم قانون كاوس لإيجاد شدة واتجاه المجال الكهربائي عند نقطة تبعد بمسافة r عن المحور إذا كانت أ) $r < a$ ب) $r > b$ جـ) $a < r < b$، حيث أن كل من a و b هما نصف أقطار الاسطوانتين الداخلية والخارجية على التوالي.

٧. كرة من مادة عازلة نصف قطرها a موضوعة في مركز قشرة كروية موصلة نصف قطرها الداخلي والخارجي b و c على التوالي كما في



الشكل المبين. وزعت شحنة مقدارها Q+ بصورة منتظمة خلال الكرة الداخلية بكثافة شحنة حجمية (ρ coul/m^3) وتحمل القشرة الخارجية شحنة مقدارها Q−. باستخدام قانون كاوس جد شدة المجال الكهربائي واتجاهه:

أ) داخل الكرة $r < a$

ب) بين الكرة والقشرة $a < r < b$

ج) داخل القشرة الكروية $b < r < c$

د) خارج القشرة الكروية $r > c$

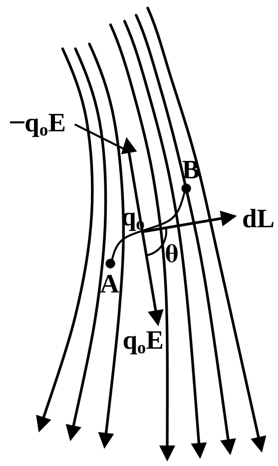
الفصل الرابع

الجهد الكهربائي The Electric Potential

٤–١ مقدمة

من المعلوم أنه لو وضعت شحنة كهربائية في مجال كهربائي لتأثرت بقوة وهذا يعني أن تحريك هذه الشحنة من نقطة لأخرى يتطلب إنجاز شغل وبدلالة هذا الشغل يعرّف الجهد الكهربائي (ويرمز له بالحرف V) حيث يساعد في وصف ودراسة المجالات الكهربائية جنباً إلى جنب مع شدة المجال (E). والجهد (V) كمية عددية (Scalar) وهذا يجعل التعامل مع رياضياً أسهل بكثير من التعامل مع الكمية الاتجاهية (E).

٤–٢ فرق الجهد بين نقطتين واقعتين في مجال كهربائي



شكل –١–

لإيجاد فرق الجهد بين نقطتين A و B الواقعتين في مجال كهربائي (E) كما في الشكل (١)، لابد من حساب W_{AB} حيث:

W_{AB} = الشغل اللازم إنجازه من قبل عامل خارجي لتحريك الشحنة الاختبارية q_o من النقطة A إلى النقطة B بحيث تبقى q_o في حالة اتزان.

$(V_B - V_A) = V_{AB}$ = فرق الجهد بين النقطتين A و B.

$$V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q_o} \quad .... (1)$$

وقد اصطلح أن يكون الجهد عند بداية أي نقطة بعيدة بعداً كبيراً (لا نهائياً) عن كل الشحنات يساوي صفراً.

ولو أخذنا النقطة (A) في المالانهاية

$$\therefore V_A = 0$$

∴ تصبح معادلة (١) كما يلي:

$$V_B = \frac{W_{AB}}{q_o}$$

وبصورة عامة يكون الجهد الكهربائي عند أية نقطة واقعة في المجال الكهربائي

$$V = \frac{W}{q_o} \text{ .... } (2)$$

∴ الجهد الكهربائي عند أية نقطة

هو الشغل المنجز لوحدة الشحنة الواجب إنجازه لنقل شحنة موجبة اختبارية صغيرة من المالانهاية إلى تلك النقطة.

لا بد من الإشارة إلى نقطتين متعلقتين بتعريف الجهد الكهربائي:

١. إن الشحنة الاختبارية q_o يجب أن تكون صغيرة بحيث أن تحريكها من نقطة لأخرى لا يغير من المجال الكهربائي الأصلي.

٢. لقياس الجهد عند أية نقطة يجب اختيار نقطة مرجع (Reference Point) يتفق على قيمة الجهد عندها مسبقاً.

V_∞ = ٠

V_{th} = ٠ – جهد الأرض (V_{th})

من معادلة (٢)

١. يكون الجهد بالقرب من شحنة موجبة يكون موجباً، وذلك لأنه يجب أن يؤثر عامل خارجي بقوة لنقل الشحنة الاختبارية الموجبة باتجاه معاكس للمجال من المالانهاية إلى تلك النقطة. أي أن الشغل الذي يبذله العامل الخارجي يكون موجب.

٢. يكون الجهد بالقرب من الشحنة السالبة المعزولة سالباً، لأنه يجب أن يؤثر عامل خارجي بقوة معوقة على الشحنة الاختبارية الموجبة أثناء مجيئها من المالانهاية وتحريكها باتجاه المجال.

∴ الشغل المنجز يكون سالباً.

وحدة الجهد هي جول/كولوم = فولت (Volt).

والجهد كمية عددية $$\text{Volt} = \frac{\text{Joule}}{\text{Coulom}}$$

٤–٣علاقة الجهد بشدة المجال

من الشكل (١)

W_{AB} = الشغل المنجز من قبل عامل خارجي لنقل الشحنة q_o من A إلى B في مجال كهربائي غير منتظم.

θ = الزاوية بين المجال (E) وعنصر المسار dL.

q_oE = القوة المؤثرة على q_o باتجاه المجال.

$-q_oE$ = القوة التي يسلطها العامل الخارجي لتحريك الشحنة بدون تعجيل

$$\therefore W_{AB} = \int_A^B \overline{F}\cdot d\overline{L} = \int_A^B -q_o \overline{E}\cdot d\overline{L} \quad .... (3)$$

$$V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q_o}$$

$$\therefore W_{AB} = q_o\,(V_B - V_A) \quad .... (4)$$

ومن التعويض عن قيمة W_{AB} في معادلة (٤) من معادلة (٣) ينتج:

$$q_o(V_B - V_A) = -q_o\int_A^B \overline{E}\cdot d\overline{L}$$

$$\boxed{\therefore V_B - V_A = -\int_A^B \overline{E}\cdot d\overline{L}} \quad .... (5)$$

من معادلة (٥) نحصل على تعريف آخر للجهد الكهربائي يتمثل في التكامل الخطي لشدة المجال على طول المسار بين النقطتين A و B.

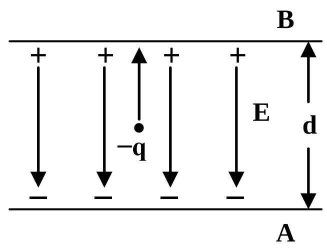
وإذا فرضنا أن النقطة (A) تقع في المالانهاية

$$\therefore\ V_A = 0$$

$$\therefore V_B = -\int_\infty^B \overline{E}\cdot d\overline{L} \quad .... (6)$$

هذه المعادلة تعطي الجهد عند أي نقطة بدلالة شدة المجال.

حالة خاصة



١. عندما يكون المجال منتظم

٢. موازي لمسار الشحنة

٣. له نفس المقدار لجميع نقاط المسار

عند هذه الحالة يمكن كتابة المعادلة

$$V_B - V_A = -\int_A^B \overline{E}\cdot d\overline{L}$$

بشكل مبسط بدون الحاجة إلى إجراء التكامل الخطي لشدة المجال، حيث في هذه الحالة $\theta = 180°$

$$\therefore V_B - V_A = \int_A^B EdL$$

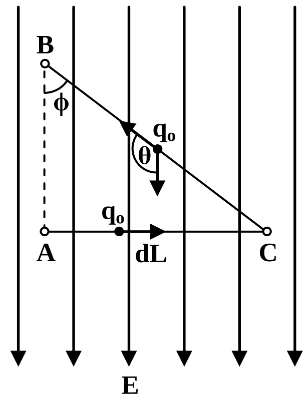
$$V_B - V_A = E\int_A^B dL = Ed \quad .... (7)$$

إذ إن d = المسافة بين النقطتين A و B

من هذه المعادلة يتضح أن وحدة شدة المجال هي $\frac{Volt}{Meter} = \frac{V}{m}$ = فولت/متر.

مثال

شحنة اختبارية (q_o) نقلت بدون تعجيل من النقطة A إلى النقطة B في مجال كهربائي منتظم وعلى المسار (ACB) كما هو مبين في الشكل المجاور. احسب فرق الجهد بين النقطتين A و B.



١. نأخذ المسار AC ونجد فرق الجهد بين النقطتين A و C

$$\therefore V_C - V_A = -\int_A^C E dL$$

لأن θ = 90°

$$\therefore V_C = V_A$$

∴ لا ينجز شغل لنقل الشحنة من A إلى C

٢. إيجاد فرق الجهد بين النقطتين C و B

$$V_B - V_C = -\int_C^B \overline{E}\cdot d\overline{L} = -\int_C^B -E\cos\theta dL = -E\cos\theta\int_C^B dL$$

$$V_B - V_C = -E\cos\theta L \text{ .... } (8)$$

حيث L تمثل المسافة بين النقطتين B و C

$$\cos\phi = \frac{d}{L}, \quad d = L\cos\phi$$

$$\therefore d = -L\cos\theta \text{ .... } (9) \qquad (\theta + \phi) = 180°$$

من التعويض عن قيمة ($-L\cos\theta$) من معادلة (٩) في معادلة (٨) ينتج:

$$V_B - V_C = Ed$$

بما إن $V_A = V_C$ $\qquad \therefore V_B - V_A = Ed$

يمكن الحصول على نفس النتيجة مباشرة من المعادلة (٧) وذلك لو سلكنا المسار مباشرة بين النقطتين A و B.

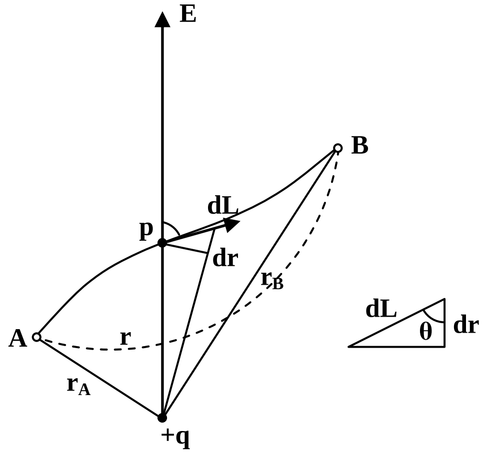
٤–٤التكامل الخطي لشدة المجال الكهربائي

يمثل قانون كاوس إحدى الخواص الأساسية للمجالات الكهروستاتيكية، وينص على **أن التكامل السطحي لشدة المجال الكهربائي على أي سطح مغلق يتناسب طردياً مع كمية الشحنة الموجودة ضمن السطح.**

والخاصية الأخرى أو الثانية للمجالات الكهروستاتيكية والتي ترتبط بالتكامل الخطي لشدة المجال تنص على ما يلي:

إن التكامل الخطي لشدة المجال الكهربائي حول أي مسار مغلق يساوي صفر، ولإثبات هذه الخاصية نلاحظ الشكل التالي، حيث يبين مجالاً شعاعياً ناشئاً عن شحنة نقطية (+q).

$$\int_A^B \bar{E}\cdot d\bar{L} = \int_A^B E\cos\theta dL \text{ .... (1)}$$



حيث dL = عنصر المسار

θ = تمثل الزاوية المتكونة عند نقطة p التي تبعد (r) عن الشحنة النقطية.

ومن الشكل المجاور

$$\cos\theta = \frac{dr}{dL}$$

$$\therefore dr = dL\cos\theta$$

حيث dr يمثل التغير في بعد الشحنة عن النقطة المراد إيجاد المجال فيها.

شدة المجال الكهربائي عند نقطة (p) التي تبعد (r) عن الشحنة هو

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{q}{r^2}$$

ومن التعويض عن قيمة (E) و dLcosθ بما يساويه في معادلة (١) ينتج:

$$\int_A^B \bar{E}\cdot d\bar{L} = \int_{r_A}^{r_B} \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r^2}dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\left[-\frac{1}{r}\right]_{r_A}^{r_B}$$

$$\therefore \int_A^B \bar{E}\cdot d\bar{L} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{1}{r_A}-\frac{1}{r_B}\right] \text{ .... (2)}$$

من هذه المعادلة يتضح أن التكامل الخطي لشدة المجال وكذلك فرق الجهد بين النقطتين (A و B) لا يعتمدان على شكل المسار الواصل بين النقطتين بل يعتمد على بعدهما عن الشحنة النقطية

(+q) وهذا يصح لكل المجالات الكهروستاتيكية مهما كان شكلها، ولو وصل بين النقطتين (A و B) بهيئة خط متقطع

∴ التكامل الخطي لشدة المجال على هذا المسار باتجاه معاكس أي من B إلى A

$$\int_A^B \bar{E}\cdot d\bar{L} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{1}{r_A}-\frac{1}{r_B}\right]$$

∴ التكامل الخطي لشدة المجال على المسار المغلق من A إلى B ثم إلى A

$$\oint \bar{E}.d\bar{L} = \int_A^B \bar{E}.d\bar{L} + \int_B^A \bar{E}.d\bar{L}$$

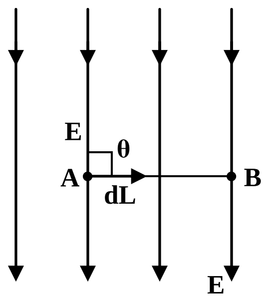
$$\oint \bar{E}\cdot d\bar{L} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{1}{r_A}-\frac{1}{r_B}\right] + \frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{1}{r_B}-\frac{1}{r_A}\right]$$

$$\boxed{\therefore \oint \bar{E}\cdot d\bar{L} = 0}$$

ويمكن الاستفادة من هذه العلاقة وذلك لإثبات أن الشغل المنجز لنقل شحنة اختبارية q_o بدون تعجيل حول أي مسار مغلق يجب أن يكون صفر.

مثال

افرض أن شحنة اختبارية نقلت بدون تعجيل من النقطة A إلى النقطة B في مجال كهربائي منتظم



$$V_B - V_A = -\int_A^B \bar{E}.d\bar{L}$$

$$V_B - V_A = -\int_A^B E\cos\theta dL$$

θ في هذه الحالة = (90°) المجال عمودي على المسار

$\cos(90°) = 0$

(أي أن الجهد في نقطة B يساوي الجهد في نقطة A) $\therefore V_B - V_A = 0$

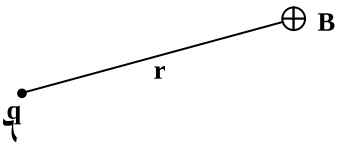
$\therefore V_B = V_A$

٤-٥حساب الجهد الكهربائي

١. إن الجهد الكهربائي الناشيء عن الشحنة النقطية (q) عند أية نقطة واقعة على بعد قدره (r) عنها

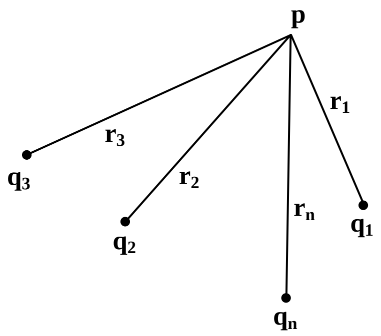
$$\boxed{V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r}}$$

إن الجهد يكون موجب في حالة الشحنة الموجبة ويكون سالب في حالة الشحنة السالبة



٢. إذا كانت لدينا مجموعة من الشحنات النقطية (q_1، q_2، ....، q_n) التي تقع على أبعاد قدرها (r_1، r_2، ....، r_n) من النقطة المطلوب إيجاد الجهد عندها.

يحسب الجهد (V_1، V_2، ....، V_n) لكل شحنة على حدة كما لو كانت الشحنة الوحيدة الموجودة



$$V_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1}{r_1}$$

$$V_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_2}{r_2}$$

$$\vdots$$

$$V_n = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_n}{r_n}$$

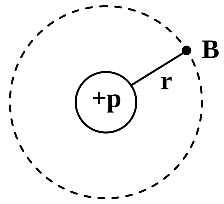
ثم يحسب المجموع الجبري لجميع هذه القيم

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n$$

$$\therefore V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\sum_{n=1}\frac{q_n}{r_n}$$

مثال (١)

احسب الجهد الكهربائي الناتج عن نواة ذرة الهيدروجين عند نقطة تقع على بعد قدره $r = 5.3 \times 10^{-11}$ m (وهو معدل نصف قطر دورة الإلكترون في ذرة الهيدروجين)

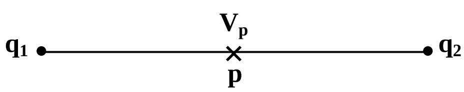


$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{1.6\times10^{-19}}{5.3\times10^{-11}} = 27\ \text{V}$$

مثال (٢)

شحنتان نقطتيان مقدارهما ($+10 \times 10^{-8}$) و (-5×10^{-8}) تفصلهما مسافة قدرها (20 cm) جد مقدار الجهد الكهربائي عند منتصف المسافة بينهما.



$$V_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1}{r_1}$$

$$=\frac{Kq_1}{r_1}$$

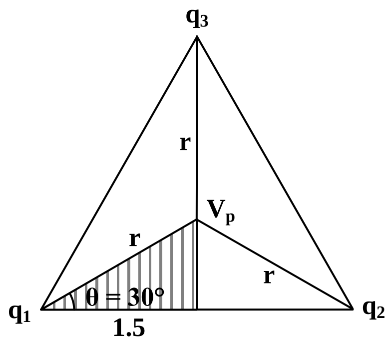
$$V_1=\frac{9\times10^9\times10\times10^{-18}}{(10\times10^{-2})}=9\times10^3\ \text{Volt}$$

$$V_2=\frac{9\times10^9\times-5\times10^{-8}}{(10\times10^{-2})}=-4.5\times10^{-3}\ \text{Volt}$$

$$V_p = V_1 + V_2 = V_1 - V_2 = 9\times10^3 - 4.5\times10^3 = 4.5\times10^3$$

مثال (٣)

ثلاث أجسام صغيرة كل منها يحمل شحنة موجبة قدرها (2×10^{-6} C) وضعت على رؤوس مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه (3 cm). جد مقدار الجهد الكهربائي في مركز المثلث.



$$V_p = V_1 + V_2 + V_3$$

$$V_1=V_2=V_3=\frac{Kq}{r}$$

الشحنات متساوية والمسافات متساوية

$$\therefore V_p=3V_1=\frac{3Kq}{r}$$

$\cos30^\circ=\dfrac{1.5}{r}$ في المثلث المظلل

$$\therefore r=\frac{1.5}{\cos30^\circ}=1.73\,\text{cm}$$

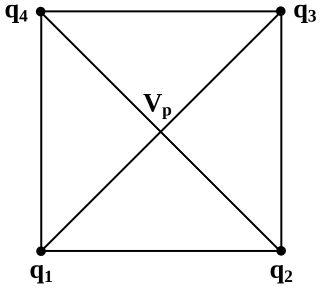
$$\therefore V_p=\frac{3\times9\times10^9\times2\times10^{-6}}{1.732\times10^{-2}}=31.5\times10^5\ \text{Volt}$$

مثال (٤)

مربع طول ضلعه (10 cm) وضعت على أركانه أربع شحنات قيمها:

$q_1 = +10\times10^{-9}$ C، $q_2 = -20\times10^{-9}$ C، $q_3 = +30\times10^{-9}$ C،

$q_4 = +20\times10^{-9}$ C، احسب الجهد في مركز المربع



$$V_p = V_1 + V_2 + V_3 + V_4$$

$$V_p = \frac{Kq_1}{r} - \frac{Kq_2}{r} + \frac{Kq_3}{r} + \frac{Kq_4}{r}$$

$$V_p = 9 \times 10^9 \left[\frac{q_1 - q_2 + q_3 + q_4}{r} \right]$$

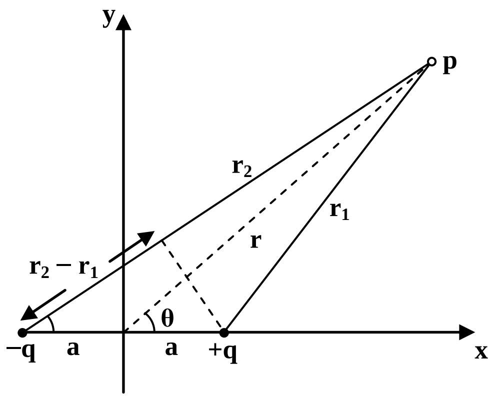
$$2r = \sqrt{100 + 100} = 10\sqrt{2}$$

$$\therefore r = 5\sqrt{2}$$

$$\therefore V_p = 9 \times 10^9 \left[\frac{10 \times 10^{-9} - 20 \times 10^{-9} + 30 \times 10^{-9} + 20 \times 10^{-9}}{5\sqrt{2} \times 10^{-2}} \right]$$

$$V_p = \frac{9 \times 10^9 \times 40 \times 10^{-9}}{5\sqrt{2} \times 10^{-2}} = ???\ \text{Volt}$$

٣. الجهد الناشيء عن ثنائي القطب



المطلوب: إيجاد قيمة الجهد الكهربائي عند أية نقطة في مجال ثنائي القطب والتي حدد موقعها بالإحداثيات القطبية (r، θ)

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{q}{r_1}$$

$$V_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{-q}{r_2}$$

∴ الجهد الكلي (V) لتلكما الشحنتين هو:

$$V = V_1 + V_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{q}{r_1} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{q}{r_2}$$

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o} \left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right] = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o} \left[\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} \right] \ .... \ (1)$$

عندما يكون بعد النقطة (p) كبيراً بالنسبة إلى (2a)

$$r >>> 2a$$

$$\therefore r_1 r_2 \approx r^2 \ .... \ (2)$$

$$\cos\theta = \frac{r_2 - r_1}{2a}$$

$$\therefore r_2 - r_1 \approx 2a\cos\theta \ .... \ (3)$$

ومن التعويض عن قيمة ($r_1 r_2$) أو ($r_2 - r_1$) في معادلة (١) بما يساويه من معادلة (٢) و (٣) ينتج:

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{2a\cos\theta}{r^2}\right]$$

$$\therefore V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q\,2a\cos\theta}{r^2}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\rho\cos\theta}{r^2}$$

حيث ρ = (2aq) = عزم ثنائي القطب الكهربائي.

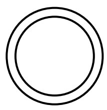
من هذه المعادلة نلاحظ أن الجهد الكهربائي يساوي صفراً عند جميع النقاط الواقعة على الخط العمودي المقام من منتصف المسافة بين شحنتي ثنائي القطب، أي عندما تكون ($\theta = 90°$).

٤.الجهد الكهربائي الناشيء عن التوزيع الشحني المتصل

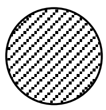
إذا كان لدينا شحنة موزعة توزيعاً متصلاً مثل:

١. السلك المشحون.

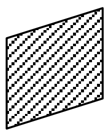
٢. الحلقة المشحونة.



٣. القرص المشحون.



٤. الصفيحة المستوية.



يمكن حساب الجهد الناشيء عن هذا النوع من الشحنة وذلك بأن نتصور هذه الشحنة مقسمة إلى عدد كبير من الأجزاء المتناهية في الصغر (تسمى عناصر تفاضلية) بحيث يمكن اعتبار كل جزء بمثابة شحنة نقطية.

$\therefore$ الجهد dV الناشيء عن أحد العناصر التفاضلية الذي تبلغ شحنته (dq) عند نقطة تقع على بعد r عن العنصر

$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\cdot\frac{dq}{r}$$

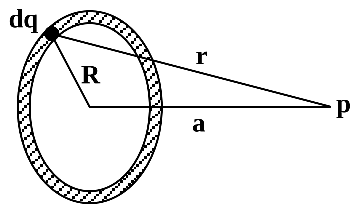
ولإيجاد الجهد الكلي الناشيء عن الشحنة بأكملها:

$$V = \int dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \int \frac{dq}{r}$$

الجهد الناشيء عن حلقة مشحونة

شحنة مقدارها (q) موزعة بانتظام على شكل حلقة نصف قطرا (R).

المطلوب – إيجاد الجهد عند النقطة (p) الواقعة على محور الحلقة وعلى بعد مقداره (a) من مركزها.



نأخذ عنصراً تفاضلياً من الحلقة شحنته dq الذي يمكن اعتباره شحنة نقطية تبعد مسافة قدرها (r) عن النقطة (p).

$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \cdot \frac{dq}{r}$$

$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \cdot \frac{dq}{\sqrt{R^2 + a^2}}$$

أما الجهد الناشيء عن الحلقة بأكملها فيكون:

$$V = \int dV = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \cdot \frac{dq}{\sqrt{R^2 + a^2}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o \sqrt{R^2 + a^2}} \int dq$$

لكن $\int dq = q$

$$\therefore V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{q}{\sqrt{R^2 + a^2}}$$

٤–٦جهد الجسم الكروي المشحون عندما يكون في حالة اتزان كهروستاتيكي

سبق وأن وجد أن شدة المجال الكهربائي خارج جسم موصل كروي يحمل شحنة مقدارها (q) هي

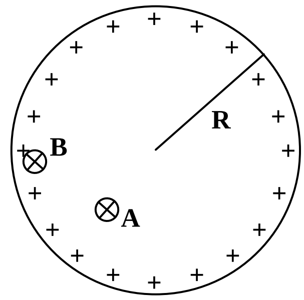
$$\boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{q}{r^2}}$$

وهي نفس النتيجة كما لو كانت الشحنة متمركزة في مركز الكرة.

لذلك يكون الجهد الكهربائي عند أية نقطة خارج الموصل الكهربائي وعلى بعد (r) من مركزه، وهذا يساوي الجهد الذي تولده شحنة نقطية (q) عند تلك النقطة

$$\boxed{\therefore V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{q}{r}}$$

ولإيجاد الجهد الكهربائي عند أية نقطة في داخل الكرة



نأخذ إحدى النقطتين A أو B في داخل الموصل والأخرى على سطحه كما في الشكل المجاور، وطبقاً للمعادلة التالية:

$$V_B - V_A = -\int_A^B \overline{E} \cdot d\overline{L}$$

ولما كان مقدار شدة المجال (E) داخل الموصل يساوي صفر

$$\therefore V_B - V_A = 0$$

∴ الجهد عند النقطة (A) يساوي الجهد عند النقطة (B) $\therefore V_B = V_A \Rightarrow$

وبصورة عامة فإن قيمة الجهد عند جميع النقاط الواقعة داخل الموصل تكون متساوية وتساوي قيمة الجهد على سطحه. أي أن

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \cdot \frac{q}{R}$$

حيث R = نصف قطر الموصل الكروي

ملاحظة:

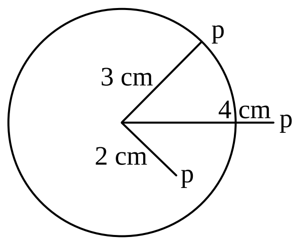
لو لم تكن جميع النقاط الداخلية متساوية الجهد لانتقلت الشحنات (الإلكترونات الحرة) من النقاط الأقل جهداً إلى النقاط الأعلى جهداً في الموصل، ولكن هذا لا يحدث نظراً لأن الشحنات مستقرة على سطح الموصل الخارجي.

مثال

كرة معدنية موصلة نصف قطرها (3 cm) تحمل شحنة موجبة قدرها (1×10^{-9} C)، احسب الجهد عند النقاط التي تبعد مسافات قدرها 1) 2 cm, 2) 3 cm, 3) 4 cm.

$$V_p = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \cdot \frac{q}{r} = V_R = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \cdot \frac{q}{R}$$

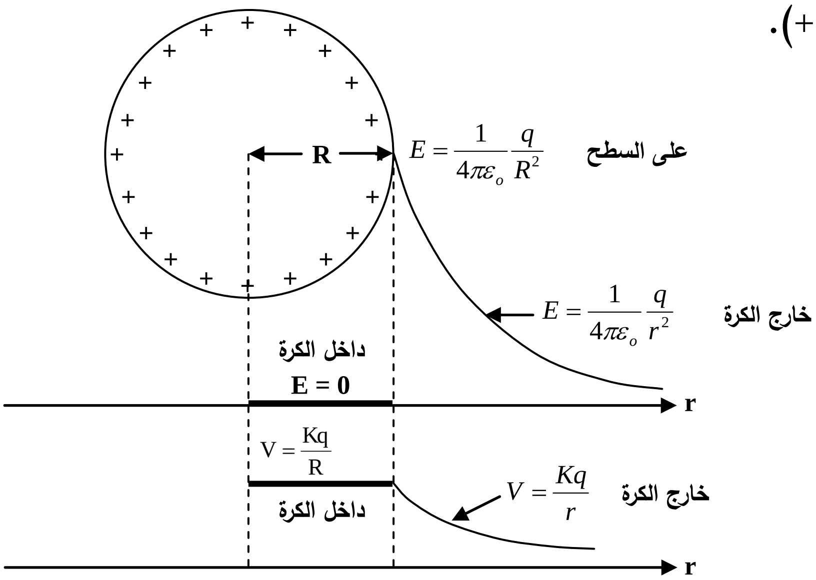
$$1.\ V_{(2cm)} = \frac{9\times10^9 \times 1\times10^{-9}}{3\times10^{-2}} = 3\times10^2\ \text{Volt}$$



الجهد في جميع النقاط الواقعة داخل الجسم الموصل الكروي يكون متساوي ويساوي الجهد على سطح الموصل

$$V_{(4cm)} = \frac{9\times10^{9} \times 1\times10^{-9}}{4\times10^{-2}} = 2.25\times10^{2} \text{ Volt}$$

والشكل التالي يبين الرسم البياني لكل من مقدار شدة المجال والجهد داخل وخارج كرة موصلة نصف قطرها (R) وتحمل شحنة قدرها (+q).



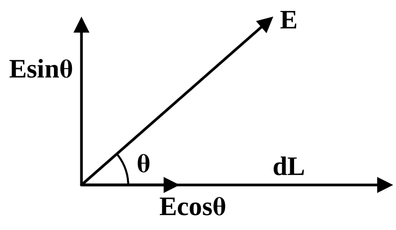
إن هذه النتيجة هي نفسها سواء أكانت الكرة صلدة أم مجوفة.

٤-٧انحدار الجهد Potential Gradient

$$V_B - V_A = -\int_A^B \bar{E}\cdot d\bar{L}$$

وبأخذ مشتقة طرفي المعادلة نجد

$$dV = -\bar{E}\cdot d\bar{L} = -E\cos\theta dL$$



$$\frac{dV}{dL} = -E\cos\theta$$

$\frac{dV}{dL} =$ معدل تغير الجهد مع المسافة باتجاه (dL)

$E_l =$ مركبة شدة المجال باتجاه $dL = E\cos\theta$

$$\therefore E_l = -\frac{dV}{dL}$$

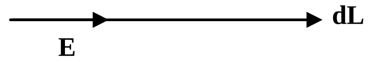
وهذه المعادلة تعني أن مركبة شدة المجال الكهربائي في اتجاه معين (dL مثلاً) تساوي معدل تغير الجهد مع المسافة بذلك الاتجاه بإشارة سالبة.

الإشارة السالبة تدل على أن اتجاه (E) هو باتجاه تناقص الجهد.

إذا كانت dL باتجاه شدة المجال كما في الشكل التالي

أي أن $\theta = ٠$ ، $\cos\theta = 1$

ستكون لها أقصى قيمة E_l



$$\therefore E = -\left(\frac{dV}{dL}\right)_{max}$$

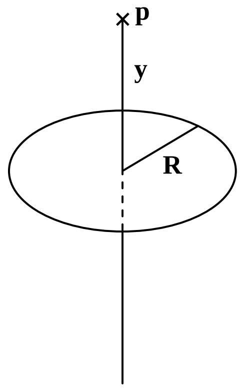
وتسمى هذه القيمة القصوى لمعدل تغير الجهد مع المسافة عند نقطة معينة بانحدار الجهد عند تلك النقطة.

إذا كان الجهد $V_{(x, y, z)}$

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, \qquad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}, \qquad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

مثال

شحنة مقدارها (q) موزعة بانتظام على شكل حلقة نصف قطرها (R)، احسب شدة المجال الكهربائي عند النقطة (p) الواقعة على محور هذه الحلقة باستخدام معادلة انحدار الجهد $E = -\left(\frac{dV}{dL}\right)_{max}$



إن الجهد الناشيء عن هذه الحلقة المشحونة عند نقطة (p) التي تبعد (y) عن المركز هو

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{\sqrt{R^2 + y^2}}$$

$$E = E_y = -\frac{dV}{dy} = -\frac{d}{dy}\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{\sqrt{R^2 + y^2}}\right)$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{qy}{\left(R^2 + y^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

وهذه نفس النتيجة التي حصلنا عليها بطريقة التكامل في الفصل الثاني مع ملاحظة الاختلاف في رمز البعد (y) الذي حل محله (a).

مثال

إذا علمت أن الجهد في منطقة معينة يساوي $V = \dfrac{K}{x^2 + y^2 + z^2}$

أوجد المركبات الثلاثة لشدة المجال الكهربائي بالاتجاهات (x، y، z).

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{K}{x^2 + y^2 + z^2}\right]$$

$$E_x = -\frac{\partial}{\partial x}\left[K(x^2 + y^2 + z^2)\right]^{-1}$$

$$= -\left[-2xK(x^2 + y^2 + z^2)\right]^{-2}$$

$$\therefore E_x = \frac{2Kx}{\left(x^2 + y^2 + z^2\right)^{+2}}$$

وبنفس الطريقة نجد E_y و E_z

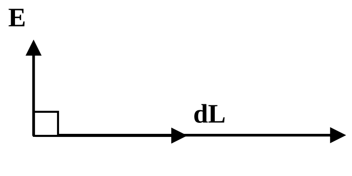
$$E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} = \frac{2Ky}{\left(x^2 + y^2 + z^2\right)^{+2}}$$

$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} = \frac{2Kz}{\left(x^2 + y^2 + z^2\right)^{+2}}$$

٤–٨سطوح تساوي الجهد **Equipotential Surfaces**

من المعادلة $E_l = -\dfrac{dV}{dL}$

لو كان المسار عمودي على E كما في الشكل التالي



لكانت $0 = E_l$

$$\therefore \frac{dV}{dL} = 0$$

$\therefore$ V = constant $\Rightarrow$ V = مقدار ثابت

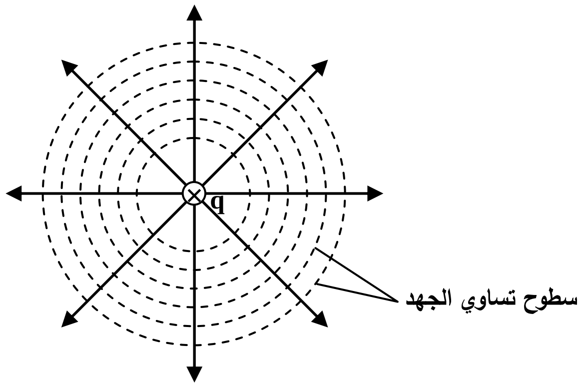
وهذا يعني أن جميع نقاط هذا المسار متساوية الجهد، والسطح الذي تكون جميع نقاطه متساوية الجهد يسمى سطح تساوي الجهد.

∴ سطوح تساوي الجهد تكون عمودية على المجال (E)

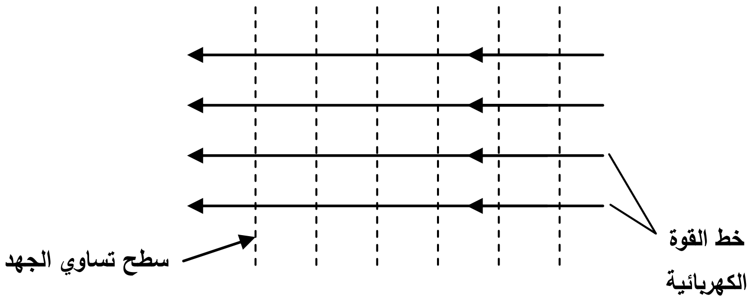
∴ الشغل اللازم لنقل شحنة اختبارية بين أية نقطتين على سطح تساوي الجهد = صفر

∴ سطوح تساوي الجهد يجب أن تكون عمودية على خطوط القوة الكهربائية [لأن خط القوة يمثل اتجاه المجال]

الشكل التالي يبين سطوح تساوي الجهد لمجال ناشيء عن شحنة نقطية.



الشكل التالي يبين سطوح تساوي الجهد للمجال المنتظم



تكون سطوح تساوي الجهد مستوية ومتوازية.

٤–٩طاقة الوضع الكهربائية Electric Potential Energy

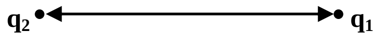
تدعى طاقة الوضع الكهربائية بالطاقة الكهربائية الكامنة.

وتعرّف الطاقة الكهربائية الكامنة لمجموعة من الشحنات النقطية بالشغل اللازم إنجازه لتجميع هذه الشحنات، وذلك بجلب كل شحنة على حدة من المالانهاية.

يفترض وجود هذه الشحنات في حالة السكون عندما تكون على أبعاد لا نهائية عن بعضها من البعض الآخر.

١. الطاقة الكامنة لمجموعة مكونة من شحنتين q_1 و q_2

الشغل اللازم إنجازه لنقل q_1 من المالانهاية ووضعها في مكانها = W_1



$W_1 = 0$

$W_2 = q_2 V_1$

V_1 = الجهد الكهربائي للشحنة q_1 على بعد (r)

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \cdot \frac{q}{r}$$

$$\therefore W_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \cdot \frac{q_1 q_2}{r}$$

$$W = W_1 + W_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \cdot \frac{q_1 q_2}{r}$$

٢.الطاقة الكامنة لمجموعة تتكون من ثلاث شحنات

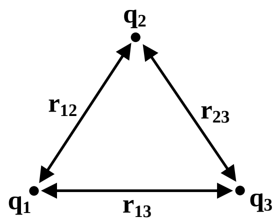
$W_1 = 0$

الشغل اللازم لنقل q_2 من المالانهاية ووضعها على بعد r_{12} من q_1 = W_2

$$W_2 = q_2 V_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \cdot \frac{q_1 q_2}{r_{12}}$$

$W_3 = q_3 V_1 + q_3 V_2$

الشغل اللازم لنقل q_3 من المالانهاية ووضعها على بعد r_{13} من q_1 و r_{23} من q_2



$$\therefore W_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \cdot \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \cdot \frac{q_3 q_2}{r_{23}}$$

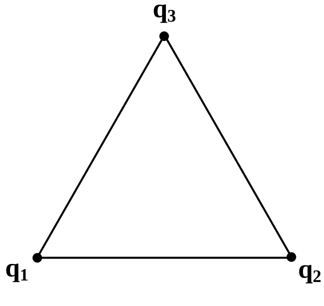
$U = W_1 + W_2 + W_3$

$$= 0 + \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \cdot \frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \cdot \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \cdot \frac{q_3 q_2}{r_{23}}$$

مثال

ثلاث شحنات نقطية مثبتة على رؤوس مثلث منتظم طول ضلعه (0.10 m). احسب الطاقة الكامنة لهذه المجموعة علماً أن:

$q_1 = +10 \times 10^{-6}$ C ،$q_2 = +20 \times 10^{-6}$ C ،$q_3 = -30 \times 10^{-6}$ C



$W_1 = 0$

$$W_2 = q_2 V_1 = \frac{Kq_1 q_2}{r_{12}}$$
$$W_2 = \frac{9\times10^9 \times 10\times10^{-6} \times 20\times10^{-6}}{0.1}$$
$W_2 = 18$ J
$W_3 = q_3 (V_1 + V_2) = q_3V_1 + q_3V_2$
$$W_3 = \frac{9\times10^9 \times 10\times10^{-6} \times (-30\times10^{-6})}{0.1} + \frac{9\times10^9 \times (-30\times10^{-6}) \times 20\times10^{-6}}{0.1}$$
$W_3 = -81$ Joule
$\therefore\ U = W = 0 + 18 - 81 = -63$ Joule

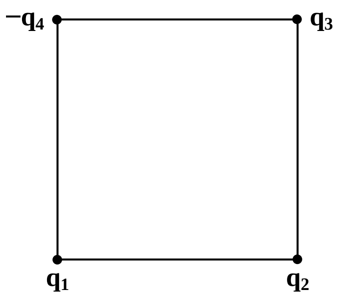
إن الإشارة السالبة تعني أن الشغل الواجب إنجازه لتجميع هذه الشحنات يجب أن يكون سالباً، فلو تركت هذه الشحنات طليقة لوجدنا أنها تتحرك متجهة إحداهما نحو الأخرى في هذه الحالة.

مثال

مربع طول ضلعه (10 cm) وضعت على أركانه أربع شحنات قميها
$(q_1 = 10 \times 10^{-9}\ C)$، $(q_2 = -20 \times 10^{-9}\ C)$، $(q_3 = +30 \times 10^{-9}\ C)$،
$(q_4 = +20 \times 10^{-9}\ C)$،
احسب الطاقة الكامنة لهذه المجموعة من الشحنات.

مثال

أربع شحنات متساوية مقدار كل منها يساوي $(10^{-6}\ C)$، جلبت من مسافات بعيدة ووضعت على رؤوس مربع طول ضلعه (1 m)، ثلاث من هذه الشحنات موجبة والأخرى سالبة. احسب الطاقة الكامنة لهذه المجموعة من الشحنات.



$W_1 = 0$
$$W_2 = q_2 V_1 = \frac{Kq_1 q_2}{r_{12}}$$
$$W_2 = \frac{Kq^2}{1}$$
$$W_3 = q_3 V_1 + q_3 V_2$$
$$W_3 = \frac{Kq_1 q_3}{r_{13}} + \frac{Kq_2 q_3}{r_{23}} = \frac{Kq^2}{\sqrt{2}} + \frac{Kq^2}{1}$$
$$W_4 = -q_4 (V_1 + V_2 + V_3) = -q_4 V_1 - q_4 V_2 - q_4 V_3$$

$$W_4 = \frac{-Kq_1q_4}{r_{14}} - \frac{Kq_4q_2}{\sqrt{2}} - \frac{Kq_4q_3}{1}$$

$$W_4 = \frac{-Kq^2}{1} - \frac{Kq^2}{\sqrt{2}} - \frac{Kq^2}{1}$$

$$U = W = W_1 + W_2 + W_3 + W_4$$

$$W = 0 + \frac{Kq^2}{1} + \frac{Kq^2}{\sqrt{2}} + \frac{Kq^2}{1} - \frac{Kq^2}{1} - \frac{Kq^2}{\sqrt{2}} - \frac{Kq^2}{1}$$

$$U = 0$$

تمارين الفصل الرابع

٤–١ شحنتان نقطتيان مقدارهما ($+10 \times 10^{-8}$ C) و (-5×10^{-8} C) تفصلهما مسافة قدرها (20 cm). جد مقدار الجهد الكهربائي عند منتصف المسافة بينهما.

٤–٢ كرة معدنية موصلة نصف قطرها (3 cm) تحمل شحنة موجبة قدرها (10^{-9} C) احسب الجهد عند النقاط التي تبعد مسافات قدرها (2 cm) و (3 cm) و (4 cm) من المركز.

٤–٣ ثلاثة أجسام صغيرة، كل منها يحمل شحنة قدرها (2×10^{-6} C) وضعت على رؤوس مثلث متساوي الأضلاع، طول ضلعه (3 cm). جد مقدار الجهد الكهربائي في مركز المثلث.

٤–٤ في تجربة مليكان، أمكن موازنة قطرة زيت بين اللوحين عندما كان مقدار شدة المجال الكهربائي (2.32×10^5 N/C). احسب فرق الجهد بين اللوحين، علماً بأن المسافة بينهما تساوي (1.6 cm).

٤–٥ شحنتان نقطتيان مقدارهما ($+5 \times 10^{-6}$ C) و (-15×10^{-6} C) والمسافة بينهما تساوي (100 cm). عين موضع النقطة (أو النقاط) التي تقع على امتداد المسافة بينهما والتي يكون عندها الجهد الكهربائي صفراً.

٤–٦ إذا علم أن فرق الجهد بين قطبي بطارية هو (6 Volt). فما هو مقدار الشغل الواجب بذله لنقل شحنة كهربائية قدرها (9 coulombs) من أحد القطبين إلى الآخر؟

٤–٧ إذا علم أن فرق الجهد بين لوحين متوازيين المسافة بينهما (1 cm) هو (100 V). فاحسب:

أ. مقدار شدة المجال الكهربائي بينهما

ب. مقدار التعجيل الذي يتحرك به ايون الهيدروجين (كتلته 3.32×10^{-27} Kg) وشحنته (1.6×10^{-19} C) إذا وضع في هذا المجال.

٤–٨ قذف إلكترون طاقته الحركية (3.2×10^{-17} J) في مجال كهربائي شدته (1000 N/C) باتجاه المجال. احسب المسافة التي يقطعها الإلكترون حتى يتوقف عن الحركة.

٤–٩ اسطوانة معدنية طويلة، نصف قطرها a، تحمل شحنة موجبة كثافتها الخطية λ، موضوعة على محور اسطوانة معدنية مجوفة، نصف قطرها الداخلي b، وتحمل شحنة سالبة مساوية للشحنة الموجبة. بين أن فرق الجهد بين الاسطوانتين هو

$$V_a - V_b = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_o} \ln\frac{b}{a}$$

٤–١٠ شحنة موزعة بانتظام خلال كرة عازلة نصف قطرها R وبكثافة حجمية ρ C/m^3، أوجد الجهد الكهربائي عند النقاط التي تبعد r عن مركز الكرة، عندما تكون: (أ) $r > R$ و (ب) $r < R$

٤–١١ احسب الجهد الكهربائي الناشيء عن الشحنة الكروية المبينة في المسألة (٣–١٠) عند نقطة تبعد (أ) 4n عن المركز (ب) 2n عن المركز.

٤–١٢ إذا علم أن قوة عزل الهواء هي (3×10^6 V/m). فما مقدار أقصى شحنة يمكن وضعها على كرة موصلة نصف قطرها (30 cm) موضوعة في الهواء؟ ما مقدار الجهد الكهربائي لهذه الكرة؟

٤–١٣ إذا علم أن هناك مجالاً كهربائياً يحيط بالكرة الأرضية وأن اتجاهه عمودي نحو الأسفل ومقداره (ضمن مدى معين) هو $E_y = 300\text{-}0.1y$، حيث تمثل y الارتفاع عن سطح الأرض. أوجد الجهد الكهربائي على ارتفاع h عن السطح. اعتبر الجهد على سطح الأرض مساوياً إلى صفر.

٤–١٤ ما مقدار الطاقة الحركية التي يكتسبها بروتون إذا تسارع خلال فرق جهد قدره (100 V) في الفرغ. (أ) بوحدات الجول. (ب) بوحدات الإلكترون–فولت.

٤–١٥ عين سطح تساوي الجهد (الذي يكون بشكل مستوي) لثنائي القطب المبين في الشكل (٤–٤). ما مقدار الجهد عند هذا المستوى؟

٤–١٦ أربع شحنات متساوية مقدار كل منها يساوي (10^{-6} C) جلبت من مسافات بعيدة ووضعت على رؤوس مربع طول ضلعه (1 m). ثلاث من هذه الشحنات موجبة والأخرى سالبة. احسب الطاقة الكامنة لهذه المجموعة من الشحنات.

٤–١٧ إذا علمت أن الجهد الكهربائي في منطقة معينة هو $V = \frac{K}{x^2 + y^2 + z^2}$، أوجد المركبات الثلاثة لشدة المجال الكهربائي.

الفصل الخامس

التياروالمقاومة

٥-١ التيار

هو كمية الشحنة الصافية q المارة في مقطع عرضي للموصل لوحدة الزمن t وبذلك فإن قيمة التيار تكون ثابتة وتحسب من العلاقة:

$$\boxed{I = \frac{q}{t}} \text{ .... (1)}$$

ويقاس التيار بوحدات الأمبير إذا كانت الشحنة المارة تساوي كولوم واحد خلال زمن مقداره ثانية واحدة أي أن:

$$Amp = coul/sec$$

أما إذا كان معدل تغير الشحنة لوحدة الزمن غير ثابت، أي أن التيار يتغير مع الزمن فإن:

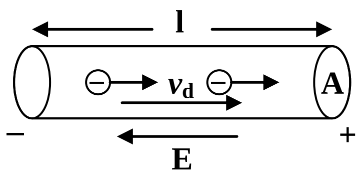
$$\boxed{I = \frac{dq}{dt}} \text{ .... (2)}$$

إن اتجاه التيار في الدائرة الكهربائية يأخذ عادة اتجاه الشحنات الموجبة وبذلك فإن اتجاه الشحنات السالبة عكس اتجاه التيار.

$I \rightarrow$ $\qquad$ $E \;\; +ve \longrightarrow -ve$

$+ve \rightarrow$

إن اتجاه حركة الإلكترونات في الموصل (التيار) يكون معاكساً لاتجاه المجال الكهربائي فإذا ربطت طرفي سلك موصل ببطارية فرق جهدها V فإن مجال كهربائي يتولد ينظم حركة الإلكترونات في السلك باتجاه مختلف عن اتجاه المجال تماماً أي معاكساً له.



٥-١-١ كثافة التيار

إذا تم توزيع التيار بصورة منتظمة على مقطع عرضي لموصل مساحته A فإن كثافة التيار لوحدة المساحة للمقطع يعبر عنها كما يلي:

$$\boxed{J = I / A} \text{ .... (3)}$$

أي أن:

$$I = JA$$

إن اتجاه J يكون باتجاه الشحنات الموجبة $+ve \rightarrow J$

أما إذا كانت هناك إلكترونات فإن الاتجاه يكون (J−) أو $-ve \rightarrow -J$.

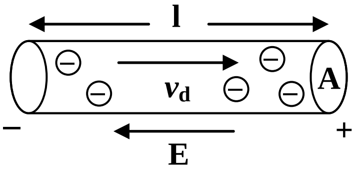
* وبشكل عام فإن العلاقة بين كثافة التيار لأي سطح لموصل معين حيث يمثل التيار فيض اتجاه كثافة التيار حول السطح

$$I = \int J.ds$$

وهو كمية عددية وتمثل ds مساحة سطح العنصر.

* لا تتغير قيمة التيار مع تغير شكل السلك أي عند حنيه أو عمل عقدة فيه.

* يمكن حساب سرعة انجراف الإلكترونات v_d في موصل من معرفة كثافة التيار J.



يبين الشكل حركة الإلكترونات في السلك من اليسار إلى اليمين على افتراض سرعة الانجراف ثابتة v_d.

عدد إلكترونات التوصيل في الشكل = nAl

حيث أن n = عدد إلكترونات التوصيل لوحدة الحجم

Al = حجم السلك

لذا فإن الشحنة q تساوي

$q = (nAl)e$ تتجه إلى اليمين

أما الزمن اللازم لحركة الإلكترونات مسافة مقدارها l فيحسب:

$$t = \frac{l}{v_d}$$

$$\therefore I = \frac{q}{t} = \frac{(nAl)ev_d}{l} = nAev_d$$

$$\therefore v_d = \frac{I}{nAe}$$ سرعة الانجراف

$$\because \frac{I}{A} = J$$

$$\boxed{\therefore v_d = \frac{J}{ne}}$$

وتعرف ***سرعة الانجراف على أنها سرعة الإلكترونات الحرة خلال الموصل.***

مثال:

سلك من الألمنيوم قطره 0.1 cm. تم لحمه مع سلك نحاسي قطره 0.046 cm. يحمل السلك الجديد تيار ثابت قيمته 10 Amp. احسب كثافة التيار لكل سلك على انفراد.

إن التيار يوزع بانتظام على مساحة مقطع كل سلك عدا بالقرب من نقطة الاتصال (اللحام) بين السلكين.

أي أن J ثابتة

$A = \pi r^2 = 3.14 \times (0.05)^2 = 0.0079\ cm^2$ للألمنيوم

للنحاس $A = 3.14 \times (0.032)^2 = 0.0032\ cm^2$

$$J_{Al} = \frac{10}{0.0079} = 1300\ Am/cm^2$$

$$J_{Cu} = \frac{10}{0.0032} = 3100\ Am/cm^2$$

مثال:

احسب سرعة انجراف الإلكترونات في سلك النحاسي في المثال السابق إذا علمت أن $J = 480\ Amp/cm^2$ وأن $Z = 64$ وكثافة النحاس = $\rho = 9\ gm/cm^3$.

عدد الإلتكرونات $n = \frac{\rho N_o}{Z} = \frac{9 \times 6.02 \times 10^{23}}{64} = 8.4 \times 10^{22}\ elec/cm^3$

$$v_d = \frac{J}{ne} = \frac{480}{8.4 \times 10^{22} \times 1.6 \times 10^{-19}} = 3.6 \times 10^{-2}\ cm/sec$$

٥-٢ المقاومة

إذا سلطنا فرق جهد متساوي بين نهايتي قضيبين متساويين من النحاس ومن الخشب فينتج تياران مختلفان تماماً.

إن ما يميز الموصل هو مقاومته، لذا تعرف المقاومة للموصل إنه عند تسليط فرق جهد مقداره V بين نقطتي موصل يمر تيار مقداره I وإن المقاومة تكون عبارة عن النسبة بين الجهد والتيار

$$R = \frac{V}{I} \qquad V = IR$$

وإذا كانت وحدات V بالفولت و I بالأمبير فتكون وحدات R بالأوم. وإن الموصل يقاوم مرور الشحنات الكهربائية خلاله وتظهر هذه المقاومة بسبب اصطدام الشحنات المتحركة بالذرات المتذبذبة للأجسام الصلبة والجزيئات الأخرى في الموصل لذا فإن قسماً من طاقة الشحنات المتحركة تتبدد وتظهر بصورة أخرى من الطاقة كالحرارة والضوء. تقل مقاومة الذرات وبذلك يقل احتمال تصادم الإلكترونات بها.

٥-٢-١العوامل المؤثرة في المقاومة الكهربائية لموصل معدني

١. **درجة الحرارة** – تزداد R بازدياد درجة الحرارة عدا الكاربون حيث تقل مقاومته بازدياد درجة الحرارة.

٢. **الطول** – عند زيادة طول السلك بثبوت العوامل الأخرى فإن التيار يقل لفرق جهد معين وبذلك تزداد المقاومة. حيث بزيادة الطول يزداد عدد الاصطدامات التي يصطدم بها الإلكترون عند مروره في السلم وبذلك فإن المقاومة تتناسب طردياً مع طول السلك، أي أن:

$$\frac{\text{مق}_1}{\text{مق}_2} = \frac{\text{ل}_1}{\text{ل}_2}$$

٣. مساحة المقطع – مق $\propto$ ١\مس بثبوت العوامل الأخرى أي أن:

مق$_1$ مس$_1$ = مق$_2$ مس$_2$ لسلكين

٤. نوع المادة – لكل مادة مقاومتها الكهربائية

أي أن مقاومة أي مادة تعتمد على شكله وأبعاده وليس على طبيعة مادته.

مما سبق يمكن القول بأن:

$$R \propto \frac{l}{A}$$

$$\boxed{\therefore R = \rho \frac{l}{A}}$$

ρ ثابت التناسب تسمى بالمقاومة النوعية

ρ لا تعتمد على شكل الجسم أو أبعاده.

٥-٢-٢ أنواع المقاومات المستخدمة عملياً

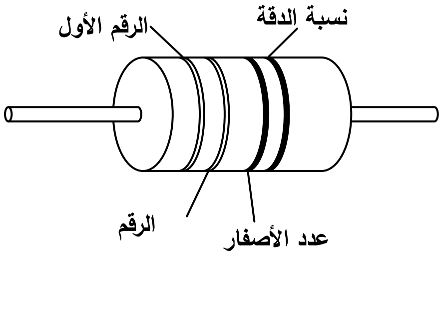
يستفاد من خاصية المقاومة في تنظيم مرور التيار وتحديد قيمته في فروع الدائرة الكهربائية.. ومن أنواعها:

١. المقاومة الثابتة (السلكية)

وهي ذات طابع مستقر وقيمة ثابتة مضبوطة إلى حد بحيث يمكن استخدامها في القياسات الاعتيادية. من أنواعها: مقاومات القدرة حيث لها القابلية على تحمل قدرة عالية تصل إلى مئات الواطات.

* تصنع من مادة المنكانين على شكل سلك أو صفيحة وتمتاز بمقاومتها النوعية العالية جداً ومعامل المقاومة الحراري لها منخفض جداً.

* أو تكون عبارة عن سلك ملفوف مصنوع من مادة النكروم أو المنكانين. ومن أنواعها المقاومات الكاربونية التي تصنع من خلط مسحوق الكاربون مع عجينة السيراميك أو من مادة الكرافايت. وتعمل بشكل قضبان اسطوانية صغيرة ويربط سلكان قرب نهايتي القضيب عند نقطتين يحدد موضعهما على ضوء القيمة المطلوبة وتستعمل عادة في الدوائر الإلكترونية التي تحمل في فروعها تيارات ضعيفة وتحدد قيمة المقاومة مع نسب التفاوت في القيمة المعطاة بواسطة منظومة من الألوان التي تطلى على غلاف المقاومة وتدعى دليل الألوان.

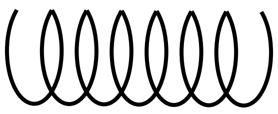


٢. المقاومات القياسية

* ويتميز هذا النوع من المقاومة بالمحافظة على قيمتها المحددة لفترة طويلة رغم تغير الظروف الجوية المحيطة بها.
* كما تمتاز بمقاومتها النوعية العالية ومعاملها الحراري المنخفض جداً مثل سبيكة المنكانين لكي لا يحدث تغير في قيمتها عند ارتفاع درجة حرارة السلك أثناء مرور التيار ولتجنب حدوث حث ذاتي في السلك حيث تتساوى التأثيرات الحثية في النصف الأول من لفات السلك مع التأثيرات الناتجة المماثلة عن لفات النصف الآخر وتعاكسها ويصبح التأثير الحثي الكلي صفر.

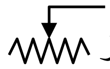
يثبت هذا الملف المقاوم داخل وعاء مقفل مملوء بالزيت للتخلص من تأثيرات الرطوبة الجوية على قيمتها.

تستخدم في مختبرات التقييس والسيطرة النوعية.



مقاومة خالية من الحث

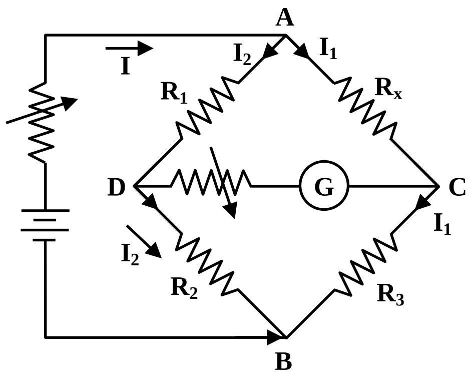
٣. المقاومات المتغيرة

ويرمز لها بالرمز  وتمتاز بإمكانية تغيير قيمتها بالتدريج لكي يتم بواسطتها تغيير التيار المار بالدائرة حسب ما مطلوب.

* تتكون من سلك النكروم المؤكسد ملفوف على جسم اسطواني معزول بحيث تلاصق كل لفة مجاورتها. ويعتبر الأوكسيد بمثابة مادة عازلة تفصل اللفات المتلاصقة عن بعضها.
* لهذه المقاومة ثلاثة أطراف توصيلية بالدائرة الخارجية، طرفين متصلين بنهايتي السلك المقاوم وهناك طرف ثالث ينزلق على الجزء العلوي من اللفات ويلامسها. حيث أن تحريك هذا الطرف يؤدي إلى تغيير قيمة المقاومة وبالتالي تغيير قيمة التيار المار بها.
* وقد تكون على شكل صناديق تحتوي على سلك ملفوف على قلب عازل يوضع في مركزها محور يرتكز عليه ذراع يلامس لفات السلك. فعند تدوير المحور يتغير موضع التلامس بين الذراع واللفات فتتغير قيمة المقاومة ويمكن استعمالها كمجزئات للجهد.

٤. قنطرة وتستون Wheatston Bridge

تتكون قنطرة وتستون من شبكة كهربائية بسيطة ذات أربع أذرع يحتوي كل ذراع على مقاومة. الأذرع الثلاثة الأولى مقاوماتها معلومة قياسية. أما الذراع الرابعة فمقاومتها مجهولة تقاس بواسطة القنطرة.



النقطتان A و B مربوطتان إلى طرفي البطارية مع مقاومة متغيرة للتحكم بقيمة التيار في الدائرة.

أمـا الطـرفين C و D يتصـلان بجهـاز كلفـانومتر للتحسـس بالتيـار مـع مقاومـة متغيـرة لتقليـل التيـار المـار فـي الكلفانومتر وحمايته من التلف. حيث تنظم على قيمة عالية ثم تقلل بالتدريج.

مبدأ القنطرة: هو شرط الاتزان الذي يكون التيار الماء في الكفانومتر مساوياً صفر، وذلك بتنظيم قيم للمقاومات المعلومة وتغييرها بالتدريج أي أن التيار في AC = التيار في CB، وكذلك التيار في AD = التيار في DB.

كما أن $V_D = V_C$ لتصبح قراءة (G) = صفر

$$\therefore V_{AC} = V_{AD} \rightarrow I_1R_x = I_2R_1 \ .... \ (1)$$

$$V_{CB} = V_{DB} \rightarrow IR_3 = I_2R_2 \ .... \ (2)$$

بقسمة (١) على (٢) نحصل على:

$$\frac{R_x}{R_3} = \frac{R_1}{R_2}$$

$$\boxed{\therefore R_x = \frac{R_1R_3}{R_2}}$$

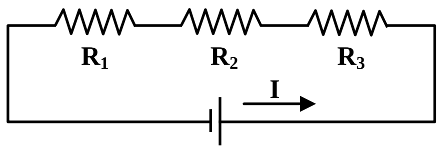
٥-٢-٣ ربط المقاومات

١. ربط التوالي

$I = I_1 = I_2 = I_3 = ... I_n$

$V = V_1 + V_2 + V_3 + ... V_n$

$R_{(eq)} = R_1 + R_2 + R_3 + ... R_n$

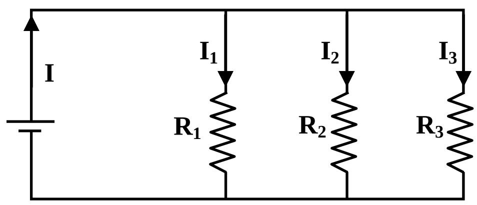


٢. ربط التوازي

$I = I_1 + I_2 + I_3 + ... I_n$

$V = V_1 = V_2 = V_3 = ... V_n$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + ...\frac{1}{R_n}$$

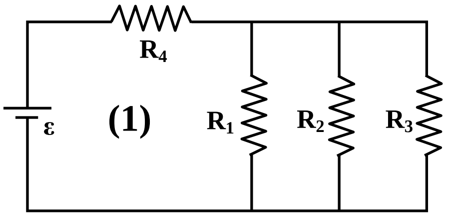


المقاومة المكافئة في حالة التوازي $R_{eq} < R_1, R_2, R_3$

المقاومة المكافئة في حالة التوالي $R_{eq} > R_1, R_2, R_3$

٣. الربط المختلط

المقاومـات R_1، R_2، R_3 علـى التـوازي وقـد وصـلت هـذه المجموعة على التوالي مع R_4.



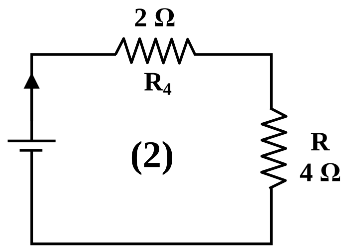
مثال:

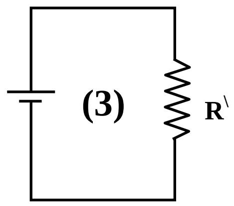
إذا علمت أن $R_1 = 16\ \Omega, R_2 = 16\ \Omega, R_3 = 8\ \Omega, \varepsilon = 6\ V$ في الدائرة أعلاه، احسب:

١. المقاومة المكافئة لهذه المجموعة من المقاومات.

٢. التيار المار في المقاومة (R_4)

٣. التيار المار في المقاومة (R_1)





1. $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{8}$

$R = 4\ \Omega$

$\therefore R^{\backslash} = 2 + 4 = 6\ \Omega$

2. $I = \frac{\varepsilon}{R_4 + R} = \frac{6}{6} = 1\ \text{Amp.}$

3. في الدائرة (2) فرق الجهد عبر طرفي R هو

$V = IR = 1 \times 4 = 4\ \text{Volt} = V_1 = V_2 = V_3$

$\therefore I_1 R_1 = RI$

$16\ I_1 = 4$

$\therefore I_1 = \frac{4}{16} = 0.25\ A$

٥–٣ المقاومة النوعية

صفة من صفات المواد الكهربائية. وتعرف على أنها ***النسبة بين المجال الكهربائي وكثافة التيار*** أي أن:

$$\rho = \frac{E}{J}$$

حيث ρ المقاومة النوعية وتقاس بوحدات $\Omega.m$

حيث يقاس $E = \frac{V}{m}$ و $J = amp/m^2$

لذا فإن واحد ρ هي $\Omega.m$.

* تكون قليلة جداً بالنسبة للمواد جيدة التوصيل وعالية بالنسبة للمواد العازلة.

* تتغير المقاومة النوعية بتغير درجة الحرارة لذلك الموصل أما التوصيلية الكهربائية فهي مقلوب المقاومة النوعية أي أن

$\sigma = \frac{1}{\rho}$ التوصيلية الكهربائية

ووحداتها $(\Omega.m)^{-1}$

أما بالنسبة لاعتماد المقاومة النوعية مع درجة الحرارة فإنه

$$\rho_t = \rho_o\,[1+\alpha(T-T_o)]$$

حيث α = معامل الحرارة للمقاومة النوعية.

T_o = درجة حرارة الغرفة.

ρ_o at T_o، ρ عند أية درجة حرارة T.

$$\therefore \alpha = \frac{1}{\rho_o}\,\frac{\rho-\rho_o}{T-T_o}$$

* المقاومة النوعية ρ لعدد كبير من المعادن تهبط بصورة فجائية وتصبح صفر عند درجات الحرارة المنخفضة جداً (من $0.1\ K$ إلى $10\ K$) وهذه الظاهرة تسمى فرط الإيصال Superconductivity. فإذا تم تكون تيار في دائرة مغلقة مفرطة الإيصال يستمر هذا التيار من تلقاء نفسه بالدوران في أسلاك الدائرة لوقت قد يدوم أسابيع دون الحاجة إلى وجود بطارية للدائرة.
* أما أشباه الموصلات كالكاربون مثلاً فقد لوحظ أن مقاومتها النوعية تتناقص بزيادة درجة حرارتها لأنها تصبح موصلة جيدة وبالعكس.
* إن مقلوب المقاومة النوعية يدعى التوصيل النوعي σ أي أن

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

مثال:

سلك نحاسي طوله $20\ m$ ومساحة مقطعه $4\ mm2$.

a) احسب مقاومة السلك في درجة حرارة مقدارها $20\ °C$ إذا علمت أن المقاومة النوعية للنحاس في هذه الدرجة تساوي $1.72 \times 10^{-8}\ \Omega m$.

b) كم تصبح مقاومة السلك إذا سخن إلى درجة $80\ °C$؟ علماً أن معامل المقاومة النوعية الحراري للنحاس هو $0.00393\ C^{-1}$.

من العلاقة بين المقاومة والمقاومة النوعية

a) $R = \dfrac{\rho L}{A} = \dfrac{1.72\times10^{-8}\times 20}{4\times10^{-6}} = 0.086\,\Omega$

b) $\rho_t = \rho\,[1+\alpha(t-T_o)]$

$$\rho_{80} = 1.72\times10^{-8}\,[1+3.93\times10^{-3}\,(80-20)] = 2.13\times10^{-8}\ \Omega m$$

ومن المعادلة $R = \dfrac{\rho L}{A}$

مقدار المقاومة $R = \frac{2.13\times10^{-8}\times 20}{4\times10^{-6}} = 10.65\times10^{-2}\ \Omega$

نلاحظ أنه تم إهمال الزيادة الحاصلة في طول السلك وفي مساحة المقطع عند تطبيق معادلة المقاومة لأنها قليلة جداً إذا ما قورنت بالزيادة الحاصلة في مقاومة السلك نتيجة تسخينه.

٥-٣-١ العلاقة بين المقاومة والمقاومة النوعية لموصل

١. خذ موصل اسطواني الشكل مساحة مقطعه العرضي A وطوله l يحمل تيار مقداره I.

٢. سلط فرق جهد عبر نهايتيه مقداره V.

٣. إذا كانت نهايتي الاسطوانة سطوح متساوية الجهد فإن المجال الكهربائي وكثافة التيار يكونان ثابتين لجميع النقاط في الاسطوانة وتكون قيمتها:

$$E = \frac{V}{l} \quad , \qquad J = \frac{I}{A} \ .... (1)$$

J، E ثابتان

$$\rho = \frac{E}{J} = \frac{V/l}{I/A} \ .... (2)$$

$$\because R = \frac{V}{I}$$

$$\boxed{\therefore R = \frac{\rho l}{A}} \ .... (3)$$

ولعنصر طوله dl فإن كل من التيار وفرق الجهد يمكن إيجادهما بالتكامل كما يلي:

$$I = \int J.ds \qquad\qquad V_{ab} = -\int_a^b E.dl$$

$$R = \frac{V_{ab}}{I} = \frac{-\int_a^b E.dl}{\int J.ds}$$

أما إذا كان الموصل اسطوانة طويلة مساحة مقطعها العرضي A ونهايتها a، b فإن معادلة المقاومة تصبح:

$$R = \frac{El}{JA} = \rho\frac{l}{A}$$

والتي تمثل مقاومة سلك طوله l ومساحة مقطعه A.

مثال:

متوازي سطوح مصنوع من الكاربون أبعاده 20 cm × 1 cm × 1 cm.

أ) احسب المقاومة بين نهايتي الوجهين المربعين.

ب) المقاومة بين وجهي متوازي السطوح المتقابلين علماً بأن المقاومة النوعية للكاربون في درجة $20\ ^\circ C = 3.5 \times 10^{-5}\ \Omega m$.

أ) بالنسبة للوجهين المربعين:

$$R = \rho \frac{l}{A} = \frac{3.5 \times 10^{-5} \times 0.5}{1 \times 10^{-4}} = 0.18\ \Omega$$

ب) بين الوجهين المتقابلين

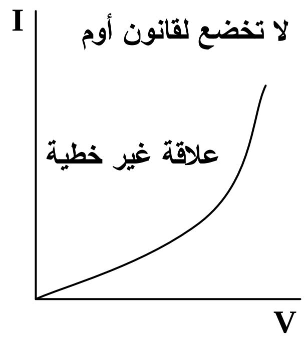
$$R = \rho \frac{l}{A} = \frac{3.5 \times 10^{-5} \times 10^{-2}}{0.5 \times 1 \times 10^{-4}} = 7 \times 10^{-5}\ \Omega$$

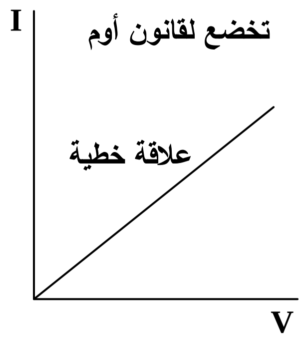
وهذا معناه أنه لنفس الموصل عدة مقاومات اعتماداً على كيفية تسليط فرق الجهد على الأوجه.

٥-٤ قانون أوم

عند تسليط فرق جهد مختلف بين طرفي مقاومة ثابتة فإن قيمة التيار تتغير تبعاً لذلك (تزداد قيمة التيار بزيادة فرق الجهد).

* إن العلاقة بين فرق الجهد والتيار تكون علاقة خطية عند ثبوت درجة الحرارة. وهذا معناه أن قيمة المقاومة للموصل ثابتة مهما كانت قيمة فرق الجهد عبر طرفي الموصل.





* هناك عدد من الموصلات لا تخضع لقانون أوم مثل أنابيب التفريغ. ونلاحظ ذلك من منحني I، V حيث أن قيمة المقاومة تعتمد على فرق الجهد المستخدم لقياس قيمتها ويكون على شكل منحني.
* أشباه الموصلات هي الأخرى لا تخضع لقانون أوم وكذلك الترانزستورات.
* بالنسبة للقانون $R = \frac{V}{I}$

فهو حالة عامة لإيجاد المقاومة سواء كان الموصل يخضع لقانون أوم أم لا يخضع.

* إلا أن العلاقة الخطية بين V و I هي الوحيدة التي تبين خضوع المادة الموصلة لقانون أوم.

* وهذا معناه: أن المادة تخضع لقانون أوم إذا كانت العلاقة بين E و J علاقة خطية لأن المقاومة النوعية (ρ) للمادة ثابتة ولا تعتمد على E و J كما هو الحال في المقاومة R فهي لا تعتمد على V و I فهي الأخرى كمية ثابتة.

* لذا فإن قانون أوم عبارة عن خاصية محددة لمواد معينة وليس قانوناً عاماً للكهرومغناطيسية كما هو الحال في قانون كاوس.

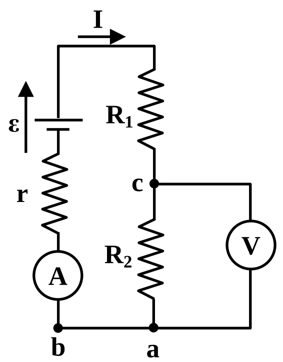
٥-٤-١ قياس التيار وفرق الجهد

* إن الجهاز الذي يستخدم لقياس التيار يسمى الأميتر Ammeter او ملي أميتر أو مايكروأميتر (للتيارات الصغيرة) معتمداً على قيمة التيار في الدائرة الكهربائية.

* يربط الأميتر عادة في الدائرة الكهربائية بواسطة أسلاك لمعرفة التيار المار في تلك الدائرة عن طريق الأسلاك.

* إن مقاومة الأميتر RA صغيرة جداً وذلك لأجل مرور أكبر تيار ممكن منه وهذا معناه أن RA << r + R1 + R2

والأميتر المثالي هو إذا كانت مقاومته = صفر.



* يرمز له بالرمز A في الدائرة.

* يربط الأميتر على التوالي عند قياس تيار مار في عنصر ما في الدائرة.

* أما الجهاز المستخدم لقياس فرق الجهد بين نقطتين في دائرة كهربائية فهو الفولتميتر أو الملي فولتميتر أو المايكروفولتميتر معتمداً على فرق الجهد في الدائرة.

* يربط الفولتميتر على التوازي مع نقطتين في الدائرة.

* مقاومة الفولتميتر عالية جداً مقارنة بالمقاومة المربوطة في الدائرة الكهربائية لتلافي مرور تيار كهربائي فيها أي أن:

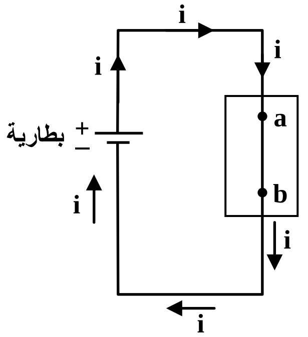
$R_V >> R_1 \& R_2$

وفي الدوائر الإلكترونية تبلغ قيمة R_V بحدود $10^6\ \Omega$ للفولتميتر المطلوب منه قياس فرق الجهد لهذه الدوائر.

* يرمز له بالرمز V في الدائرة.

٥-٤-٢ انتقالات الطاقة في الدائرة الكهربائية

تبين الدائرة المتألفة من بطارية مربوطة إلى صندوق



* التيار ثابت ومستقر عبر الأسلاك ومقداره (i) وفرق الجهد ثابت مقداره (Vab) بين الطرفين a، b. ربما يحتوي هذا الصندوق على مقاومات، ماطور، بطارية خزن أو غير ذلك.

* الطرف a مربوط بالطرف الموجب للبطارية جهده عالي وأعلى من جهد الطرف b أي أن

$$Va > Vb$$

* إذا اعتبرنا شحنة مقدارها dq تتحرك خلال الصندوق من a إلى b فإن طاقة الجهد الكهربائية سوف تتناقص بمقدار (dqVab) أي أن:

$$dV = dqV_{ab}$$

ومن قانون حفظ الطاقة فإن بعض الطاقة الكامنة الكهربائية تتحول إلى نوع آخر من الطاقة يعتمد على ما موجود في الصندوق خلال زمن مقداره dt حيث تنتقل الطاقة داخل الصندوق وتصبح

$$dV = dqV_{ab} = idtV_{ab}$$

نلاحظ أن المعدل الزمني لانتقال الطاقة P يصبح

$$\boxed{P = \frac{dV}{dt} = iV_{ab}}$$

فإذا كان الموجود في الصندوق ماطور فإن الطاقة تظهر على شكل شغل ميكانيكي ينجز من قبل الماطور. وإذا كان بطارية فإن الطاقة تكون على شكل طاقة كيميائية ويشحن البطارية. أما إذا كان مقاومة فإن الطاقة تظهر على شكل طاقة حرارية في المقاومة. وفي هذه الحالة: إذا كانت قيمة المقاومة R فإن معدل الطاقة لوحدة الزمن تصبح:

حيث إن $V_{ab} = iR$ $\boxed{P = I^2R}$

أو $\boxed{P = \frac{V^2}{R}}$

ويقاس بوحدات J/sec وتسمى الواط.

∴ يعرف الواط على أنه معدل الطاقة المتولدة بمقدار ١ جول خلال فترة زمنية مقدارها 1 sec.

مثال:

سلك معدني طوله (20 cm) يستخدم للتسخين مقاومته (24 Ω). هل يتم الحصول على حرارة أكثر إذا تم لفه لتكوين ملف واحد أم إذا تم قطعه ولفه إلى ملفين منفصلين. إذا كان فرق الجهد المسلط على الملف في كل حالة (110 V).

قدرة الملف الواحد (الطول الكلي) $P_1 = \frac{V^2}{R}$

$$= \frac{(110)^2}{24} = 500 \text{ Watt}$$

قدرة الملف في الحالة الثانية (نصف الطول الأصلي أي 10 cm)

$$P_2 = \frac{V^2}{R} = \frac{(100)^2}{12} = 1000 \text{ Watt}$$

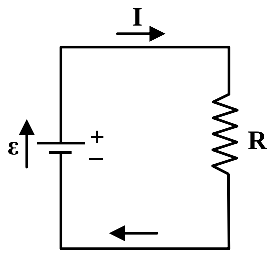
وللملفين: فإن مجموع القدرة تصبح 2000 W = 1000 + 1000

$\therefore$ في حالة قطع السلك نحصل على حرارة أكثر وتساوي أربعة أضعاف الحالة الأولى.

$$\therefore\ P_2 = 4P_1$$

٥-٥ القوة الدافعة الكهربائية

من الضروري في كل دائرة كهربائية استخدام وسيلة كالبطارية أو الداينمو لإدامة سريان التيار الكهربائي في دائرة كهربائية. هذه الوسيلة تسمى مصدر القوة الدافعة الكهربائية (emf).



في الدائرة المبينة: دائرة كهربائية بسيطة وكما معلوم فإن للبطارية نهاية موجبة الجهد يرمز لها بالإشارة (+) ونهاية سالبة الجهد يرمز لها بالإشارة (–).

* وحسب سريان التيار فإن الشحنات الموجبة تندفع في الجزء الخارجي من الدائرة الكهربائية من الجهد العالي (القطب الموجب للبطارية) خلال المقاومة إلى الجهد الواطيء (القطب السالب للبطارية).
* أما في داخل البطارية فإن التفاعلات الكيميائية فيها تكون هي المسؤولة عن نقل الشحنات الموجبة من القطب السالب إلى القطب الموجب. وبذلك تستمر دورة الشحنات في الدائرة الكهربائية.
* مما تقدم فإن البطارية أو أي مصدر قوة دافعة كهربائية يجب أن يكون قادراً على بذلك شغل كهربائي لإمرار الشحنات خلاله وتوليد التيار الكهربائي. ويكون هذا الشغل مستمداً من الطاقة الكيميائية المخزونة في البطارية وذلك بتحويل طاقتها الكيمياوية الكامنة إلى طاقة كهربائية.

أما الخلايا الشمسية تقوم بتحويل الطاقة الضوئية والحرارية إلى كهربائية.

$\therefore$ مهمة مصدر القوة الدافعة الكهربائية هي قدرته على تحويل الطاقة من أي شكل من الأشكال إلى طاقة كهربائية.

وعند انتقال شحنة dq خلال فترة زمنية dt فإن التيار في الدائرة خلال سلك مساحة مقطعه A يكون:

$$i = dq/dt$$

وتعرف القوة الدافعة الكهربائية: ε على أنها النسبة بين الشغل المنجز لوحدة الشحنة

$$\varepsilon = dW/dq$$

حيث dW الشغل المنجز لنقل شحنة موجبة من القطب السالب إلى القطب الموجب (في البطارية).

dq الشحنة المنتقلة في الدائرة الكهربائية.

وتقاس ε بوحدات الفولت حيث أن:

$$1\,V = \frac{1\,\text{Joul}}{\text{Coul}}$$

ولحساب التيار في دائرة كهربائية: إذا كانت الشحنة المنتقلة (dq) في دائرة كهربائية قوتها الدافعة الكهربائية ε خلال فترة زمنية dt فإن:

$$dq = idt$$
$$\because\ dW = \varepsilon dq$$
$$\therefore\ dW = \varepsilon idt$$

وهذا يمثل الشغل المنجز لنقل الشحنة

ومن قانون حفظ الطاقة فإن الشغل المنجز لنقل الشحنة يكون عبارة عن الطاقة الحرارية في مقاومة تلك الدائرة ($P = i^2R$)

حيث أن:

$$dW = Pdt$$
$$dW = \varepsilon idt = i^2Pdt$$
$$\boxed{\therefore \varepsilon = iR} \Rightarrow \boxed{i = \frac{\varepsilon}{R}}$$

مثال:

مدفأة كهربائية قدرتها 2000 W عندما تستخدم فولتية قدرها 220 V. ما مقدار الطاقة المستهلكة إذا استعملت بمعدل ثلاثون يوم بمعدل ثمانية ساعات في اليوم الواحد؟

$$W = Pt = 2000 \times (30 \times 8) = 480000\ \text{Watt.hr}$$
$$= 480\ \text{KW.hr}$$

مثال:

ربطت نهايتا بطارية قوتها الدافعة الكهربائية ε وذات مقاومة داخلية r بطرفي مقاومة خارجية R.

a) أوجد مقدار القدرة التي تنتج في المقاومة الخارجية.

b) ما مقدار المقاومة الخارجية لكي تنتج أقصى قدرة؟