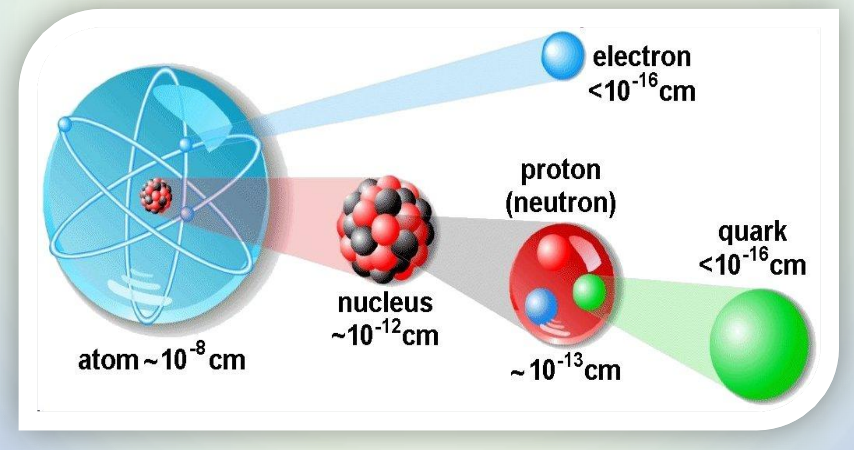
جامعة بغداد – كلية التربية للعلوم الصرفة / ابن الهيثم

قسم الفيزياء – المرحلة الثالثة

الفيزياء الذرية



محاضرات

د . مُظَفَّر جاسِم

للسنة الدراسية ٢٠١٩–٢٠٢٠

الفصل الأول

النظرية النسبية الخاصة

Special Theory of Relativity

١-١: ما هي الفيزياء الذرية؟ 1-1: What is Atomic Physics?

الفيزياء الذرية هو فرع من الفيزياء يهتم بدراسة الذرّة the atom وهيكليتها، وحالاتها للطاقة energy states وتفاعلاتها مع الجسيمات الأخرى والمجالات الكهربائية والمغناطيسية.

وفي كثير من المصادر العلمية تُدرج الفيزياء الذرية ضمن مواضيع الفيزياء الحديثة، كما ويتداخل مفهوم الفيزياء الذرية أحياناً مع مفهوم الفيزياء النووية، ولكنه يختلف عنه، إذ أن الأخير معني بالتفاعلات النووية التي تحدث في النواة فقط، في حين أن الفيزياء الذرية تُعنى بالذرة ككل. وكذلك يتداخل مع مفهوم الفيزياء الجزيئية الذي يُعنى بدراسة الخواص الفيزيائية للجزيئات والأطياف ودراسة الروابط الكيميائية التي تربط الذرات المختلفة مكونة الجزيئات.

وقد بُرهن أن الفيزياء الذرية تمثل تطبيقاً ناجحاً للميكانيك الكمي quantum mechanics الذي يمثل ركيزة أساسية للفيزياء الحديثة.

١-٢: مقدمة في النسبية 1-2: Introduction to Relativity

تُعتبر النظرية النسبية الخاصة التي صاغها آينشتاين عام 1905 إحدى الانجازات العلمية الكبيرة في القرن العشرين، وكانت ثمرة لجهود العديد من العلماء الذين سبقوه في القرن التاسع عشر، خاصة ما طرحه ماكسويل من جمع عدة ظواهر كهرومغناطيسية في نظرية كهرومغناطيسية واحدة تشتمل على أربع معادلات تفاضلية. وقد توقع ماكسويل وجود موجات كهرومغناطيسية تسير بسرعة الضوء وأن الضوء نفسه جزء من الموجات الكهرومغناطيسية بعد أن كان الاعتقاد السائد قبل ذلك الوقت أن موجات الضوء تشبه الموجات المستعرضة التي تنتشر في الأجسام الصلدة وأن الضوء وباقي الموجات الكهرومغناطيسية ينتشر خلال وسط تام المرونة يملأ الفضاء يُسمى الأثير ether. غير أن المشاهدات والقياسات التجريبية والنظرية التي أجراها الفلكيون والفيزيائيون تنفي وجود هذا الوسط وخصوصاً تجربة مايكلسون – مورلي. ويضاف لهذا فقد وُجد أن الميكانيك التقليدي قد فشل في تفسير حركة الجسيمات الذرية عالية السرعة.

وبعد أن تجمعت تناقضات عديدة عجز علماء الفيزياء عن تفسيرها جاءت النظرية النسبية الخاصة التي حلت معظم معضلات تلك الحقبة الزمنية. وقد بيّن آينشتاين أن القياسات الزمنية والمكانية تتأثر بالحركة بين المُراقِب observer وما يُراقَب. كما إن النظرية النسبية قد ربطت بين المكان والزمان وبين المادة والطاقة وبين الكهربائية والمغناطيسية بروابط أدت إلى فهم أدق للكون.

ولِفهم الفيزياء الحديثة ينبغي البدء بدراسة النظرية النسبية الخاصة لأن الفيزياء تهتم بالقياسات، والنسبية تدرس اعتماد نتائج هذه القياسات على المشاهِد وما هو تحت المشاهَدة. ومن النظرية النسبية ينتج ميكانيك جديد يعتمد علاقة وطيدة بين المكان والزمان وبين الكتلة والطاقة. وبدون هذه العلاقات لا تُفهم الذرة التي هي مركز اهتمام الفيزياء الحديثة. ويمكن تلخيص فائدة النظرية النسبية الخاصة بأمرين:

١- ساعدت في تفسير بعض الظواهر التي لم تستطع الفيزياء التقليدية تفسيرها.

٢- ربطت بين المكان والزمان وبين الكتلة والطاقة.

١-٣: المحاور القصورية — 1-3: Inertial References

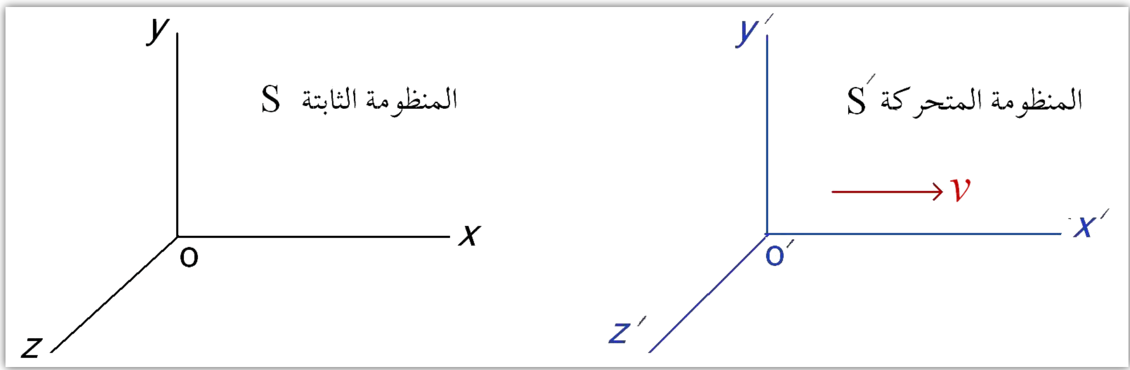
القصور الذاتي هو ميل الجسم لمقاومة التغير في حالته الحركية - إن كان ساكناً أو متحركاً بانتظام- أو في اتجاه حركته. ويتناسب القصور الذاتي طردياً مع الكتلة.

لا يمكن تحديد موضع جسم في الفضاء إلا من خلال محاور للإحداثيات تسمى "محاور الإسناد" مثل محور x ومحور y ومحور z، حيث إن حركة الجسم في بعد واحد أو خط مستقيم تتم على محور واحد فقط، وحركة الجسم في بعدين تتم في المستوى المحصور بين بعدين، وحركة الجسم في ثلاثة أبعاد تتم بين المحاور الثلاثة. والزمن يتم تحديده بمقارنة حركة الأجسام في الفضاء. ويوصف الحدث في أي موضع في الفضاء بأربعة متغيرات، الأبعاد المكانية الثلاثة x, y, z والزمن t، وبالتالي يمكن وصف الحدث من خلال الإجابة عن سؤالين يبدئان بـ أين؟ ومتى؟ والإطار الذي يصف إحداثيات المكان والزمان معاً يسمى إطار الإسناد أو محور الإسناد المرجعي frame of reference.

ويمكن تصنيف محاور الإسناد المتحركة إلى صنفين أحدهما يتحرك بسرعة ثابتة نسبة إلى محور إسناد ثابت ويسمى "المحور القصوري" والصنف الآخر يتحرك بتعجيل.

ولهذا فالمحور القصوري في الفيزياء التقليدية هو محور إسناد مرجعي تكون الأجسام الموجودة فيه إما ساكنة أو متحركة بسرعة ثابتة بخط مستقيم، وتكون محصلة القوى المؤثرة على هذه الأجسام مساوية للصفر. وبالتالي فإن قانوني نيوتن الأول والثاني سيصح تطبيقهما عليه. كما إن أي محور إسناد يتحرك بسرعة ثابتة بالنسبة لمحور الإسناد القصوري يجب أن يكون أيضاً محور إسناد قصوري.

وفي هذا الفصل سنأخذ القياسات نسبة إلى منظومتين من المحاور المرجعية، إحداهما نعتبرها ساكنة وهي $oxyz$ ونسميها المنظومة S، والأخرى $o'x'y'z'$ تتحرك بسرعة منتظمة مقدارها v بالنسبة للمحاور الساكنة ونسميها المنظومة S'. ولتيسير البحث الرياضي سنفترض أن المحورين x و x' يتجهان باتجاه الحركة وأن المحور y يوازي المحور y' وأن z يوازي z' كما في الشكل ١-١.



الشكل ١-١: محور إسناد مرجعي يتحرك بسرعة ثابتة باتجاه محور x نسبة لنظام ساكن.

١-٤: قوانين نيوتن للحركة — 1-4: Newton's Laws of Motion

هي ثلاثة قوانين فيزيائية وَضعت معاً أساس الميكانيك التقليدي classical mechanics. وهي تصف العلاقة بين الجسم والقوى المؤثرة عليه، وكذلك حركته تبعاً لتأثير هذه القوى.

القانون الأول: يُسمى هذا القانون أحياناً بمبدأ غاليليو أو قانون القصور الذاتي، وينص على أنه إذا كانت محصلة القوى المؤثرة على الجسم تساوي صفراً فإن سرعة الجسم تكون ثابتة (سواءً كانت صفراً أو ذات قيمة). وبناءً على هذا فإن الجسم الساكن يبقى ساكناً ما لم تؤثر عليه قوة خارجية تحركه، والجسم المتحرك بسرعة ثابتة في خط مستقيم يبقى على هذه الحالة ما لم تؤثر عليه قوة خارجية تغير الحالة الحركية له. ونظام الاحداثيات الذي يعمل عليه هكذا قانون يُدعى نظام إحداثيات غاليليو أو النظام المرجعي القصوري. ويمكن التعبير عن القانون رياضياً بالصيغة:

$$\sum \vec{F} = 0 \iff \frac{d\vec{v}}{dt} = 0 \qquad \ldots\ldots 1.1$$

القانون الثاني: يصح هذا القانون للأنظمة ثابتة الكتلة فقط. ويمكن التعبير عنه بدلالة تعجيل الجسم المتحرك فيُقال: إن محصلة القوى الخارجية المؤثرة على الجسم تساوي حاصل ضرب كتلته في تعجيله:

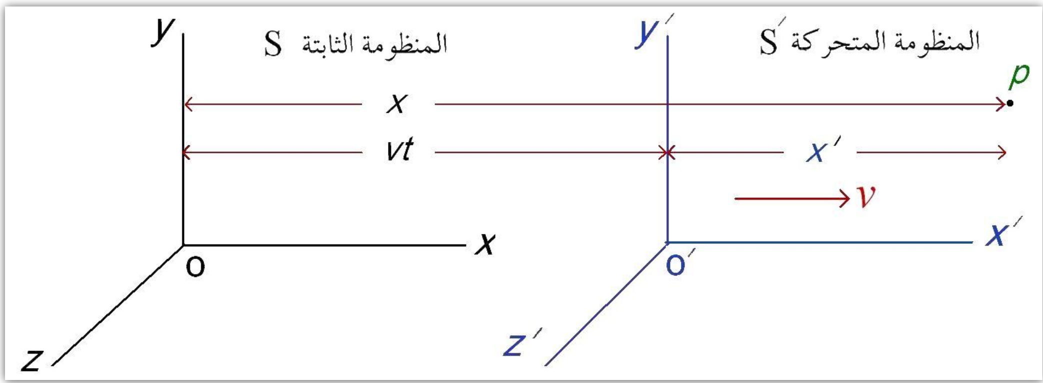
$$\sum \vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} \qquad \ldots\ldots 1.2$$

القانون الثالث: لكل فعل وتأثير من جسم على آخر يوجد رد للفعل من الجسم الآخر على الجسم الأول يساويه بالمقدار ويعاكسه بالاتجاه.

١-٥: تحويلات غاليليو — 1-5: Galilean Transformation

يستخدم تحويل غاليليو في الفيزياء لتحويل إحداثيات نظام مرجعي إلى آخر يختلفان في كون أحدهما يتحرك بسرعة مستقيمة منتظمة بالنسبة للآخر الثابت. وقد قام نيوتن بتطبيقها على الميكانيك عندما قام بدراسة حركة الأجسام وحركة الكواكب.

لنفرض وجود منظومتي محاور مرجعية يوجد في كل منهما مراقب، وتتحرك المنظومة الثانية S' بسرعة منتظمة لا تعجيل فيها مقدارها v بالاتجاه الموجب لمحور x بينما تكون المنظومة الأولى S ساكنة. ولنفترض وقوع حدث في موضع مثل P سوف يلاحظه المراقب المتواجد ضمن أبعاد المنظومة S ويقيس إحداثياته x, y, z في الزمن t، بينما يقيس المراقب في المنظومة S' نفس الحدث في الزمن t' بالإحداثيات x', y', z'. وفي بداية الحركة كانت المنظومتان منطبقتين على بعض أي إن نقطة الأصل o' كانت منطبقة على نقطة الأصل o في الزمن $(t = t' = 0)$. وعندما تتحرك المنظومة S' يبدأ حساب الزمن. وبعد مرور زمن t تكون المحاور $o'x'y'z'$ قد قطعت مسافة vt كما مبين في الشكل ١-٢.



الشكل ١-٢: وقوع حدث يُقاس نسبة لمحور إسناد متحرك وآخر ثابت.

وعندئذ تكون احداثيات الموضع P بالنسبة للمنظومة S' بدلالة احداثيات المنظومة الثابتة S هي:

$$x' = x - vt\,, \qquad y' = y\,, \qquad z' = z\,, \qquad t' = t \quad \Big\} \qquad \ldots\ldots 1.3$$

وتُعرف هذه المعادلة بتحويلات غاليليو للمكان والزمان. ونلاحظ فيها أن المحورين y و z لا يتأثران بالحركة لكونهما عموديين على محور x وأن العلاقة $(t' = t)$ تفترض أن الزمن كمية مطلقة، أي إن الزمن لن يتغير في كلا المنظومتين وفق الحركة النسبية. فلو افترضنا أن كل مراقب كانت معه ساعة إيقاف

وبدأ بحساب الزمن بمجرد الحركة فإنه عند وقوع حدث في إحدى المنظومتين فإن كلا المراقبين سيكون للزمن عندهما قيمة واحدة. وهذا يعني أن الزمن مطلق ولا يعتمد على حركة المراقب[١].

وفي حال كانت محاور المنظومة S' ثابتة ومحاور المنظومة S هي المتحركة بسرعة ثابتة مقدارها $(-v)$، أي كانت الحركة بالاتجاه السالب لمحور x فيمكن كتابة المعادلة 1.3 بالشكل التالي:

$$x = x' + vt\,, \qquad y = y'\,, \qquad z = z'\,, \qquad t = t' \quad \} \qquad \ldots\ldots 1.4$$

* ولمعرفة تحويلات غاليليو للسرعة نأخذ بنظر الاعتبار أن

$$\frac{d}{dt'} = \frac{d}{dt}$$

وباشتقاق المعادلة 1.3 بالنسبة للزمن نحصل على:

$$\left.\frac{dx'}{dt'} = \frac{dx}{dt} - v\,, \qquad \frac{dy'}{dt'} = \frac{dy}{dt}\,, \qquad \frac{dz'}{dt'} = \frac{dz}{dt}\ \right\} \qquad \ldots\ldots 1.5$$

* أما تحويلات غاليليو للتعجيل فتُعرف بأخذ المشتقة الثانية بالنسبة للزمن، وكما يلي:

$$\left.\frac{d^2x'}{dt'^2} = \frac{d^2x}{dt^2}\,, \qquad \frac{d^2y'}{dt'^2} = \frac{d^2y}{dt^2}\,, \qquad \frac{d^2z'}{dt'^2} = \frac{d^2z}{dt^2}\ \right\} \qquad \ldots\ldots 1.6$$

سؤال ١: قذف لاعبٌ كرةً بسرعة $60\ km/h$ عندما كان واقفاً داخل قطار متحرك بسرعة $100\ km/h$. وكان اتجاه الكرة بنفس اتجاه حركة القطار. فإذا طبقنا معادلة تحويل غاليليو للسرعة فما هي سرعة الكرة بالنسبة للأرض؟

$(a)60\ km/h,\quad (b)100\ km/h,\quad (c)40\ km/h,\quad (d)160\ km/h,\quad (e)$ غير قابلة للتحديد

١-٦: مبدأ نسبية نيوتن — 1-6: Principle of Newtonian Relativity

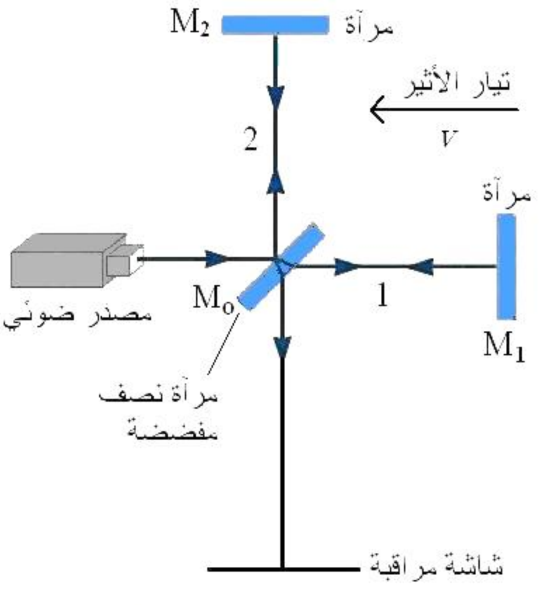
ينص هذا المبدأ على إن قوانين نيوتن في الحركة لا تتغير في المحاور القصورية المتحركة بسرعة منتظمة بالنسبة لبعضها البعض. وفي الواقع فإن جميع قوانين الميكانيك التقليدي لا تتغير باستخدام تحويلات غاليليو، فيمكن مثلاً برهنة أن قانوني حفظ الزخم الخطي وحفظ الطاقة الحركية لا تتغيران في المنظومتين S و S'. أما قوانين الكهرومغناطيسية فإنها تتغير عند استخدام تحويلات غاليليو، ولهذا لا يصح تطبيق هذه التحويلات عليها.

---

١) بما أن الإشارة الضوئية هي التي تنقل نتيجة الحدث إلى المراقبَين في النقطتين المتباعدتين بمسافتين مختلفتين عن موضع الحدث فإن وصول الإشارة لكل منهما في نفس الوقت يعني أن سرعة الضوء لا نهائية، وحيث أن سرعة الضوء محددة وثابتة فلا بد أن تصل النتيجة في زمنين مختلفين.

١-٧: تجربة مايكلسون- مورلي   1-7: The Michelson-Morley Experiment

إن اكتشاف ماكسويل للنظرية الكهرومغناطيسية للضوء سنة 1864 واثباتها العملي من قبل هيرتز سنة 1887 قد جرّد الأثير من معظم صفاته. ومع هذا لم يكن علماء ذلك الوقت مستعدين للتخلي عن فكرة الأثير باعتباره وسطاً وإطاراً مرجعياً كونياً لانتشار الضوء. ولدراسة حركة الأرض خلال الأثير المفترض استخدم مايكلسون ومورلي سنة 1887 جهاز مقياس تداخل مايكلسون بعد أن افترضا أن الأثير ساكن وأن الاشارات الضوئية تنتقل بسرعة الضوء c بالنسبة للأثير، وأن السرعة النسبية للضوء تختلف عن c وتعتمد على حركة الأرض. وهكذا اعتقدا أنه يمكن قياس السرعة المطلقة للأرض بالنسبة للأثير باستعمال الاشارات الضوئية وجهاز حساس. وهنا نعرض ملخصاً للتجربة حيث أسقطا حزمة ضوء على صفيحة نصف مفضضة M_0 كما في الشكل ١-٣ بحيث تَقسِم هذه الصفيحةُ الحزمةَ الساقطة إلى جزئين أحدهما ينفذ من الصفيحة (نرمز له بالشعاع 1 في الشكل) ويتجه إلى المرآة M_1 بحيث يكون مساره موازياً لتيار الأثير، والجزء الثاني (نرمز له بالشعاع 2) ينعكس عن الصفيحة متجهاً إلى المرآة M_2 ويكون مساره عمودياً على تيار الأثير. وبعد انعكاس هاتين الحزمتين عن المرآتين M_1 و M_2 تعودان مرة أخرى الى الصفيحة M_0 ومنها إلى شاشة المراقبة. ونُظمت التجربة بحيث يكون الإشعاعان الواصلان إلى المراقب قد قطعا نفس المسافة عبر الهواء ونفس السُمك عبر الصفيحة. وبافتراض وجود تيار الأثير فإن سرعة الضوء على امتداد الشعاع 1 يجب أن تكون $(c-v)$ عندما يتجه الضوء نحو المرآة M_1، وتكون $(c+v)$ بعد أن ينعكس عنها.



الشكل ١-٣: مقياس مايكلسون للتداخل

وكتحليل للنتائج المحتملة نقول إنْ كان الزمنان اللازمان لانتقال حزمتي الضوء الواصلتين إلى المراقب متساويين فإن الحزمتين ستصلان للشاشة بنفس الطور وتتداخلان تداخلاً بناءً مما يؤدي إلى إضاءة الشاشة. وبما أن تيار الأثير سيكون بموجب حركة الأرض موازياً لإحدى الحزمتين كما ذكرنا فإنه سيُسبب فرقاً في زمن وصول هذه الحزمة الأفقية عن الحزمة الأخرى العمودية وسيكون التداخل إتلافياً بين الموجتين الواصلتين إلى الشاشة. وهذه الفكرة تمثل جوهر التجربة. وكان الجهاز حساساً بما فيه الكفاية لتحسس الفروقات في الإزاحة التي يمكن أن تحدث في أهداب التداخل. لكنه لم يكشف عن أية إزاحة

بالرغم من تكرار التجربة في مناطق مختلفة وفي فصول مختلفة من السنة وفي أوقات مختلفة من اليوم. ولهذا استُنتج أن حركة الأرض بالنسبة للأثير لا يمكن رصدها. وبعد هذا أمكن استنتاج ما يلي من تجربة مايكلسون- مورلي:

١- إن الأثير ليس موجوداً، وكل حركة ستكون نسبة لإطار إسناد محدد وليست لإطار مطلق كوني كالأثير المزعوم.

٢- إن سرعة الضوء هي نفسها لكل المراقبين وفي كل مكان بغض النظر عن حركة المصدر أو المراقب، وأن الموجات الكهرومغناطيسية لا تحتاج لوسط مادي كي تنتقل. وبالتالي فإن قوانين الكهرومغناطيسية صحيحة ولا تحتاج لإدخال تعديل عليها.

٣- إن تحويلات غاليليو صحيحة بالنسبة للميكانيك التقليدي، ولكنها ليست كذلك بالنسبة للنظرية الكهرومغناطيسية. وهذا يعني أن هذه التحويلات وميكانيك نيوتن بحاجة لإدخال تغييرات عليها كي يمكن استخدامها للسرع العالية.

١-٨: فرضيات النظرية النسبية الخاصة 1-8: Postulates of Special Theory of Relativity

إثر فشل معادلة غاليليو لتحويل السرعة في حالة الضوء وعدم اثبات وجود الأثير قدَّم آينشتاين نظريته كحل جريء أزال هذه الصعوبات وغيَّر المفاهيم السائدة عن المكان والزمان. وقد أُسست النظرية النسبية الخاصة على فرضيتين هما:

١- **مبدأ النسبية**: إن قوانين الفيزياء تأخذ نفس الصيغ بالنسبة لجميع المحاور التي تتحرك بسرعة ثابتة بالنسبة لبعضها الآخر (أي محاور الإسناد المرجعية القصورية).

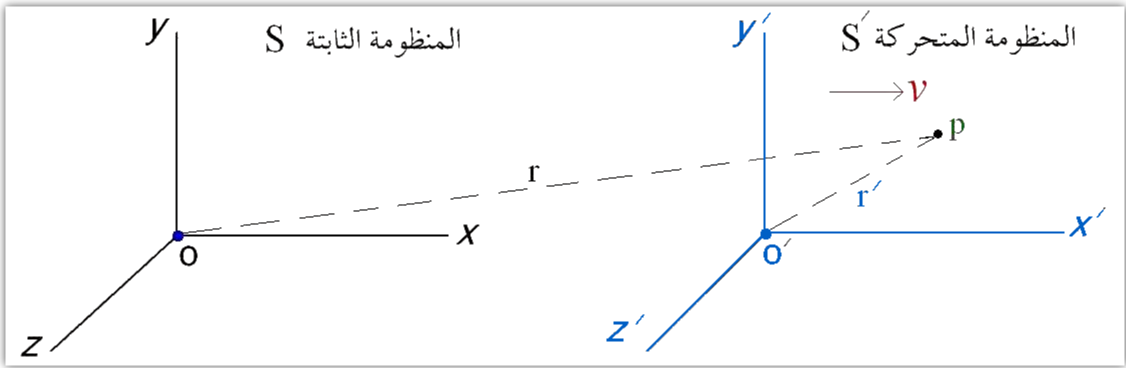
تعبِّر هذه الفرضية عن عدم وجود محور مرجعي كوني متميز كالأثير. إذ لو أخَذت قوانين الفيزياء أشكالاً مختلفة بالنسبة لمحاور في حركات نسبية فيما بينها لتمكنّا - بسبب اختلاف هذه الصيغ- أن نحدد أي محور إسناد هو الثابت في الفضاء وأياً منها هو المتحرك، وإن عدم وجود محور مرجعي كوني متميز يعني أنه لا يمكن أن يكون هناك أي تباين واختلاف ما بين المحاور المختلفة.

٢- **ثبات سرعة الضوء**: إن سرعة الضوء في الفراغ لها نفس القيمة في كل محاور الإسناد القصورية بغض النظر عن سرعة المراقب الذي يقيسها أو سرعة المصدر الباعث للضوء. ولا يمكن لأي كيان يحمل طاقة أو معلومات أن يتجاوز سرعة الضوء، ولا يمكن لأي جسيم له كتلة أن يصل إلى سرعة الضوء.

هذا يعني أن الضوء يمكن أن ينتشر في الفراغ بدون الحاجة لوسط ناقل، وبالتالي ليس هناك ضرورة لافتراض وسط مثل الأثير تتحرك فيه الموجات الكهرومغناطيسية.

١-٩: تحويلات لورنتز   1-9: Lorentz Transformations

تبيّن سابقاً أن تحويلات غاليليو ليست صحيحة عندما تقترب السرعة v من سرعة الضوء. ولهذا سوف نقوم هنا باشتقاق معادلات تحويل السرعة والإحداثيات التي تنطبق على جميع السرع ضمن المدى $(0 \leq v < c)$. وهذه التحويلات اشتُقت بصعوبة من قبل لورنتز عام 1890 وجعلت معادلات ماكسويل ذات معنى آخر. وقد تعرف آينشتاين على الأهمية الفيزيائية لهذه التحويلات واستفاد منها في نظريته النسبية الخاصة. ولهذا يُطلق البعض عليها اسم تحويلات آينشتاين–لورنتز.



الشكل ١–٤: وقوع حدث عند النقطة P.

فلنفرض وقوع حدث عند النقطة P، وقد تم رصده من قبل مراقبَين اثنين أحدهما كان في حالة سكون في محور الإسناد S وسيشاهد الحدث وفق الاحداثيات x, y, z في الزمن t، والآخر كان في محور الإسناد S' وسيشاهد الحدث وفق الاحداثيات x', y', z' في الزمن t'، وكانت المنظومة S' تتحرك إلى اليمين باتجاه $(+x)$ بسرعة مقدارها v بالنسبة إلى المنظومة S (لاحظ الشكل ١–٤). كما تتطابق نقطتا الأصل للمنظومتين عند الزمن $(t = t' = 0)$. ويمكن صياغة معادلة اعتماد x' على x و t بالشكل:

$$x' = B(x - vt) \qquad \ldots\ldots 1.7$$

حيث أن B عامل ليس له وحدات ولا يعتمد على x أو t، ولكنه يمثل دالة لـ (v/c) بحيث أن $(B = 1)$ عندما يقترب المقدار (v/c) من الصفر. كما إن شكل المعادلة 1.7 قد اقتُرح تبعاً لشكل معادلة تحويل غاليليو (المعادلة 1.3) والتي تكون صحيحة عندما يكون المقدار (v/c) صغيراً، أي للسرع الاعتيادية غير النسبية. وبعد فرض صحة المعادلة 1.7 نستطيع كتابة تحويلات احداثيات لورنتز العكسية لـ x بدلالة x' و t' بالصيغة:

$$x = B(x' + vt') \qquad \ldots\ldots 1.8$$

وهذه المعادلة تنشأ من فرضية آينشتاين الأولى للنسبية (مبدأ النسبية)، والتي تتطلب أن تكون قوانين الفيزياء هي نفسها في كلا المنظومتين S و S'. وقد غُيرت إشارة السرعة v لمراعاة الفرق في اتجاه حركة

المنظومتين، حيث اعتُبرت المنظومة S هي التي تتحرك بسرعة منتظمة $(-v)$ بالنسبة للمنظومة S'. وفي الواقع فإن هذه التقنية للحصول على تحويلات لورنتز العكسية يمكن اتباعها كقاعدة عامة. وللحصول على تحويل لورنتز عكسي من أي كمية نبادل بين المتغيرات المعلَّمة بالرمز ($'$) وغير المعلَّمة ونعكس إشارة سرعة المنظومة.

وبالعودة لاشتقاقنا لتحويلات لورنتز سنأخذ مشتقة x' و t' ونستنتج علاقة تربط بين السرعة $(u'_x = dx'/dt')$ المقاسة لجسم في المنظومة S' وبين السرعة $(u_x = dx/dt)$ المقاسة لنفس الجسم في المنظومة S. وعندها سيمكن تحديد قيمة B بافتراض أن السرعة u'_x في المنظومة S' يجب أن تساوي سرعة الضوء c في حالة أن السرعة u_x في المنظومة S كانت مساوية لـ c وفقاً لفرضية آينشتاين الثانية للنسبية (ثبات سرعة الضوء). وبعد تحديد B يمكن بهذا الترتيب الجبري البسيط أن نجد تحويلات لورنتز للسرعة وللإحداثيات. وبتعويض المعادلة 1.7 في المعادلة 1.8 واستخراج الحل لـ t' نجد:

$$t' = B\left[t + (\frac{1}{B^2} - 1)\frac{x}{v}\right] \qquad \ldots\ldots 1.9 \qquad how?..(H.W.)$$

وبأخذ تفاضل المعادلتين 1.7 و 1.9 ينتج:

$$dx' = B(dx - vdt) \qquad \ldots\ldots 1.10$$

$$dt' = B\left[dt + (\frac{1}{B^2} - 1)\frac{dx}{v}\right] \qquad \ldots\ldots 1.11$$

$$\left. u'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{B(dx - vdt)}{B\left[dt + \left(\frac{1}{B^2} - 1\right)\frac{dx}{v}\right]} \right\} \begin{matrix} \div dt \\ \div dt \end{matrix} \quad \rightarrow \quad u'_x = \frac{\frac{dx}{dt} - \frac{vdt}{dt}}{\frac{dt}{dt} + \left(\frac{1}{B^2} - 1\right)\frac{dx}{vdt}}$$

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 + \left(\frac{1}{B^2} - 1\right)\frac{u_x}{v}} \qquad \ldots\ldots 1.12\,, \qquad where\ \ u_x = dx/dt$$

وبما أن الفرضية الثانية تتطلب أن تكون سرعة الضوء مساوية لـ c لأي مراقب، أي عند الحالة $(u_x = c)$ يجب أن يكون لدينا أيضاً $(u'_x = c)$، فإنه بتطبيق هذا في المعادلة 1.12 ينتج:

$$c = \frac{c - v}{1 + \left(\frac{1}{B^2} - 1\right)\frac{c}{v}} \qquad \ldots\ldots 1.13$$

ولاستخراج قيمة B نعيد ترتيب المعادلة 1.13 :

$$c + \left(\frac{1}{B^2} - 1\right)\frac{c^2}{v} = c - v\,, \qquad \Rightarrow \left(\frac{1}{B^2} - 1\right)\frac{c^2}{v} = -v$$

$$\left. \frac{c^2}{B^2} - c^2 = -v^2 \right\} \div c^2, \qquad \Rightarrow \frac{1}{B^2} - 1 = -\frac{v^2}{c^2}\,, \qquad \Rightarrow \frac{1}{B^2} = 1 - \frac{v^2}{c^2}$$

$$B^2 = \frac{1}{1-(v^2/c^2)}\,, \qquad \Rightarrow \; B \equiv K = \frac{1}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}} \qquad \ldots\ldots 1.14$$

ولذلك سيكون التحويل المباشر للإحداثيات (معادلة 1.7) بالصيغة التالية: $x' = K(x - vt)$، والتحويل العكسي (معادلة 1.8): $x = K(x' + vt')$. وللحصول على تحويل الزمن (t' كدالة لـ t و x)، نستبدل B بـ K في المعادلة 1.9 ونعوض فيها قيمة K من المعادلة 1.14 لينتج:

$$t' = K\left[t + (\frac{1}{K^2} - 1)\frac{x}{v}\right] = K\left[t + (1 - \frac{v^2}{c^2} - 1)\frac{x}{v}\right] = K\left[t - \frac{v^2}{c^2}\frac{x}{v}\right]$$

$$t' = K\left(t - \frac{vx}{c^2}\right)$$

وبهذا فقد توصلنا إلى التحويلات المكانية والزمانية لحدث يوصف بدلالة الإحداثيات (x, y, z, t) في المنظومة S والإحداثيات (x', y', z', t') في المنظومة S' كما يلي:

$$\left. x' = K(x - vt)\,, \qquad y' = y\,, \qquad z' = z\,, \qquad t' = K\left(t - \frac{v}{c^2}x\right) \right\} \qquad \ldots\ldots 1.15$$

$$where \quad K = \frac{1}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}$$

ولو أردنا تحويل إحداثيات الحدث في محور الإسناد S' للإحداثيات في محور الإسناد S فإننا نعكس إشارة السرعة، أي نبدل v بـ $(-v)$ ونبادل بين المتغيرات المعلَّمة بالرمز (') وغير المعلَّمة في معادلات 1.15. وحينئذ ستكون التحويلات العكسية كما يلي:

$$\left. x = K(x' + vt'), \qquad y = y'\,, \qquad z = z'\,, \qquad t = K\left(t' + \frac{v}{c^2}x'\right) \right\} \qquad \ldots\ldots 1.16$$

مما يُلاحظ في تحويلات لورنتز أن t تعتمد على t' و x' كليهما، وأيضاً فإن t' يعتمد على كلا المتغيرين t و x. وهذا بخلاف حالة تحويلات غاليليو، والتي فيها $(t' = t)$. وعندما $(v \ll c)$ فإن تحويلات لورنتز ستتحول إلى تحويلات غاليليو. وهذا يعني أن تحويلات غاليليو هي حالة خاصة من تحويلات لورنتز. وللتحقق من هذا يلاحظ أنه عندما تقترب v من الصفر فإن $\{(v/c) \ll 1\}$، ولهذا فإن K تقترب من 1، و ستُختزل معادلات 1.15 إلى معادلة تحويلات المكان والزمان لغاليليو (المعادلة 1.3):

$$x' = x - vt\,, \qquad y' = y\,, \qquad z' = z\,, \qquad t' = t \qquad \ldots\ldots 1.3$$

وإذا أردنا أن نعرف الفرق في الإحداثيات بين حدثين أو الفترة الزمنية بينهما كما يرصدها المراقبان O و O' فيمكن من معادلات 1.15 و 1.16 التعبير عن الفرق بين المتغيرات الأربعة (x, x', t, t') بالصيغ التالية:

$$\left.\begin{aligned} \Delta x' &= K(\Delta x - v\Delta t) && \text{... ... 1.17a} \\ \Delta t' &= K\left(\Delta t - \frac{v}{c^2}\Delta x\right) && \text{... ... 1.17b} \end{aligned}\right\} \mathrm{S} \to \mathrm{S}'$$

$$\left.\begin{aligned} \Delta x &= K(\Delta x' + v\Delta t') && \text{... ... 1.18a} \\ \Delta t &= K\left(\Delta t' + \frac{v}{c^2}\Delta x'\right) && \text{... ... 1.18b} \end{aligned}\right\} \mathrm{S}' \to \mathrm{S}$$

حيث أن المقدارَين $(\Delta x' = x_2' - x_1')$ و $(\Delta t' = t_2' - t_1')$ يمثلان الفرق المقاس بواسطة المراقب O′، والمقدارَين $(\Delta x = x_2 - x_1)$ و $(\Delta t = t_2 - t_1)$ يمثلان الفرق المقاس بواسطة المراقب O. ولم نضع الإحداثيين y و z في هذه الصيغ لأن قياسهما لا يتغير بالحركة على امتداد محور x.

مثال ١-١: حدث حدثان في نفس النقطة x_0' في الزمنين t_1' و t_2' في الإطار S' الذي ينتقل في الاتجاه $(+x)$ بسرعة v نسبة للإطار S. (أ) ما هو الفاصل المكاني للحدثين Δx في الإطار S ؟ (ب) ما هو الفاصل الزمني للحدثين Δt في الإطار S ؟

الحل: (أ) يُعطى الموضع x_1 في الإطار S بواسطة تحويل لورنتز العكسي (حيث $x_1' = x_0'$) :

$$x_1 = K(x_0' + vt_1')$$

وبنفس الطريقة يُعطى الموضع x_2 في الإطار S:

$$x_2 = K(x_0' + vt_2')$$

وسيكون الفاصل المكاني Δx للحدثين:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = K(x_0' + vt_2') - K(x_0' + vt_1')$$
$$= Kvt_2' - Kvt_1' = Kv(t_2' - t_1') = \frac{v(t_2' - t_1')}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}$$

(ب) وفق تحويل لورنتز العكسي للزمن حيث يحدث الحدثان في نفس الموضع بالنسبة للإطار S':

$$\Delta t = t_2 - t_1 = K\left(\Delta t' + \frac{v}{c^2}\Delta x'\right) = K\Delta t' = \frac{(t_2' - t_1')}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}, \qquad (\text{where } \Delta x' = 0)$$

١-١٠: نتائج تحويلات لورنتز
1-10: Results of Lorentz Transformations

١-١٠-١: نسبية الطول
1-10-1: Relativity of Length

لنفرض وجود جسم في المنظومة S' على طول المحور x' كما في الشكل ١-٥، وكان إحداثيا نهايتي الجسم هما x_1' و x_2'. ولهذا فإن طول الجسم هو $(L_o = x_2' - x_1')$ بالنسبة للمراقب O′، وهو نفس الطول الذي يراه المراقب O عندما تكون المنظومة S' ساكنة بالنسبة للمنظومة S. ولكن عندما تتحرك المنظومة S' باتجاه محور x وبسرعة منتظمة مقدارها v بالنسبة للمنظومة S فإن المراقب O′ يرى طول الجسم مساوياً لـ L_o والمراقب O يراه مساوياً لـ L حيث $(L = x_2 - x_1)$. و x_1 و x_2 هما إحداثيا نهايتي

الجسم وفق ما يراه المراقب O في المنظومة S. وباستخدام معادلات تحويلات لورنتز يمكن إيجاد العلاقة بين L و L_o على النحو التالي:

$$\left.\begin{aligned} x_1' &= K(x_1 - vt_1) \\ x_2' &= K(x_2 - vt_2) \end{aligned}\right\} \qquad \ldots\ldots 1.19$$

وبطرح المعادلة الأولى من الثانية نحصل على:

$$x_2' - x_1' = K(x_2 - x_1) - vK(t_2 - t_1) \qquad \ldots\ldots 1.20 \quad (\equiv \text{Eq. } 1.17\text{a})$$

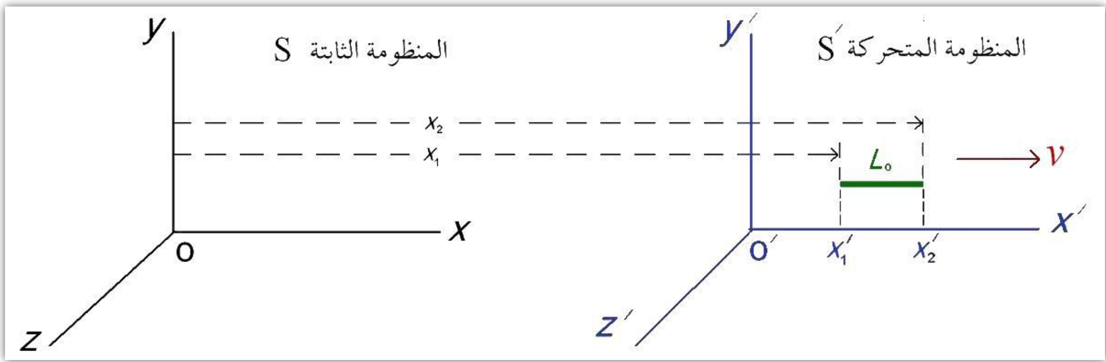
$$or\ \ L_o = KL - vK(t_2 - t_1) \qquad \ldots\ldots 1.20'$$

وعندما يقيس المراقب O نهايتي الجسم في وقت واحد فإن $(t_2 = t_1)$، وتصبح المعادلة $1.20'$ كما يلي:

$$L_o = LK = \frac{L}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}$$

$$where\ (L_o = x_2' - x_1'), (L = x_2 - x_1), (t_2 - t_1 = 0)\ and\ \ K = \frac{1}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}$$

$$L = L_o\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \qquad \ldots\ldots 1.21$$



الشكل ١-٥: جسم يقاس طوله من قبل مراقبَين في منظومتين إحداهما ثابتة والأخرى متحركة.

ومن المعادلة 1.21 نجد:

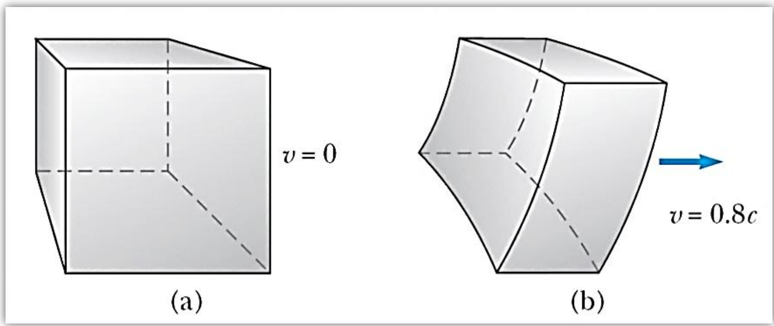
أولاً: $L = L_o$ عندما تكون السرعة اعتيادية غير نسبية $(v \ll c)$.

ثانياً: $L = 0$ عندما $(v = c)$.

ثالثاً: $L < L_o$ عندما تقترب v من c، أي عند السرع النسبية $(v \to c)$.

وهذا يعني أن القيمة المقاسة لطول الجسم الذي يتحرك بموازاة طوله بسرعة نسبية بالنسبة لمراقب ثابت ستكون أقل من قيمته عندما يكون ساكناً بالنسبة للمراقب، وتُسمى هذه الظاهرة بالانكماش الطولي length contraction. ولا يظهر أي تغيير في طول الجسم الذي يتحرك باتجاه عمودي على طوله.

وكمثال على الانكماش الطولي يُلاحظ الشكل ١-٦ الذي يمثل محاكاة حاسوبية لصندوق يتحرك مبتعداً بسرعة $(v = 0.8c)$ وهو مراقَب بواسطة كاميرا. ويحصل تشوه في صورة الصندوق بسبب نقص طول كل ضلع موازٍ للحركة، فعندما تُفتح عدسة الكاميرا لالتقاط صورة فإنها تسجل شكل الجسم في زمن محدد. وبسبب أن الضوء المنعكس من الأجزاء الأبعد من الجسم لا يصل بنفس وقت وصول الضوء المنعكس من الأجزاء الأقرب بسبب السرعة النسبية الهائلة لحركة الصندوق فإن الكاميرا التي تلتقط الصورة في لحظة واحدة لكل الصندوق سوف يصلها ضوء الأجزاء الأبعد بغير وقت وصول ضوء الأجزاء الأقرب، أي أن الصورة تسجل أجزاء مختلفة من الجسم بأوقات مختلفة في صورة واحدة فقط. وهذا يؤدي إلى صورة مشوهة، حيث يبدو الضلع الأفقي متقلصاً والضلع العمودي منحنياً والصورة مدورة.



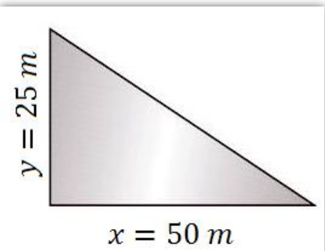
الشكل ١-٦: صور محاكاة حاسوبية لصندوق: (a) عند سكونه نسبة للكاميرا. (b) متحرك بسرعة $(v = 0.8c)$ نسبة للكاميرا.

مثال ١-٢: صاروخ طوله على الأرض $20m$ وأثناء طيرانه ينقص طوله بمقدار $0.4m$ بالنسبة لمراقب على الأرض. جد سرعة الصاروخ.

الحل: طول الصاروخ على الأرض بالنسبة للمراقب هو $L_o = 20m$، وطول الصاروخ أثناء الطيران بالنسبة للمراقب على الأرض هو $(L = 20 - 0.4 = 19.6m)$. ومن تحويلات لورنتز لدينا:

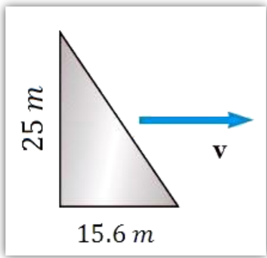
$$L = L_o\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad \Rightarrow \quad 19.6 = 20\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad \Rightarrow \quad v = 0.2c$$

مثال ١-٣: سفينة فضاء بشكل مثلث (لاحظ الشكل المرفق). أبعادها وهي ساكنة بالنسبة لمراقب كما يلي: $(x = 50\ m)$ و $(y = 25\ m)$. ما هو شكل السفينة كما يراه مراقب يرصد السفينة وهي متحركة بسرعة $0.95c$ باتجاه محور x؟



الحل: يرى المراقب أن الطول الأفقي x للسفينة قد تقلّص إلى:

$$L = L_o\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 50\sqrt{1 - \frac{(0.95\ c)^2}{c^2}} = 15.6\ m$$



أما ارتفاع السفينة y البالغ 25 متراً فلا يتغير لأنه متعامد مع اتجاه الحركة النسبية بين المراقب وسفينة الفضاء. والشكل المرافق يمثل شكل السفينة كما يراه المراقب الذي يرصد السفينة وهي متحركة.

سؤال ٢: افرض أنك تستعد لرحلة إلى نظام شمسي آخر بمركبة فضائية تتحرك بسرعة مقدارها $0.99c$ وفكّرتَ في ما إذا كنت بحاجة لشراء ملابس جديدة بحجم أصغر لأنك سوف تكون أنحف خلال الرحلة بسبب ظاهرة الانكماش الطولي، وفكّرت أيضاً بتوفير بعض النقود عن طريق حجز غرفة أصغر في المركبة الفضائية لتنام بها لأنك سوف تكون أقصر عندما تستلقي فيها. فهل عليك أن: (أ) تشتري ملابس أصغر، (ب) تحجز غرفة أصغر، (ج) لا تقوم بشيء مما سبق، (د) تقوم بالأمرين معاً؟

١-١٠-٢: نسبية الزمن — 1-10-2: Relativity of Time

لنفرض أن حدثين لحظيين قد وقعا في نفس الموضع x_o في المنظومة S، الأول في الزمن t_1 والثاني في الزمن t_2، أو أن حدثاً واحداً قد وقع في الموضع x_o في المنظومة S في الزمن t_1 واستمر إلى الزمن t_2، فعندئذ تكون الفترة الزمنية بين الحدثين اللحظيين أو الفترة الزمنية للحدث الممتد بالنسبة لمراقب ساكن في نفس المنظومة هي: $\Delta t = t_2 - t_1$

والفترة الزمنية بالنسبة لمراقب ساكن في المنظومة S' التي تتحرك بسرعة منتظمة v بالنسبة للمنظومة S باتجاه محور x' هي: $\Delta t' = t_2' - t_1'$

وباستخدام تحويلات لورنتز (معادلات 1.15) يمكن إيجاد العلاقة بين $\Delta t'$ و Δt على النحو التالي:

$$\left.\begin{aligned} t_1' &= K\left(t_1 - \frac{v}{c^2}x_1\right) \\ t_2' &= K\left(t_2 - \frac{v}{c^2}x_2\right) \end{aligned}\right\} \qquad \dots\dots 1.22$$

وبطرح المعادلة الأولى من الثانية نحصل على:

$$\Delta t' = t_2' - t_1' = K(t_2 - t_1) - K\frac{v}{c^2}(x_2 - x_1) \qquad \dots\dots 1.23 \quad (\equiv \text{Eq. } 1.17b)$$

وعندما يقيس المراقب الساكن في المنظومة S' الفترة الزمنية في نفس الموضع فإن $(x_2 = x_1 = x_o)$ والمعادلة 1.23 ستصبح:

$$\Delta t' = K\Delta t = \frac{\Delta t}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}} \qquad \dots\dots 1.24 \qquad where\ \ K = \frac{1}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}$$

حيث Δt: الفترة الزمنية المقاسة بواسطة ساعة راصد ساكن في المنظومة الثابتة S = الوقت الأصلي.

$\Delta t'$: الفترة الزمنية المقاسة بواسطة ساعة في المنظومة المتحركة S'.

v: سرعة الحركة النسبية (سرعة المنظومة S')، وc: سرعة الضوء.

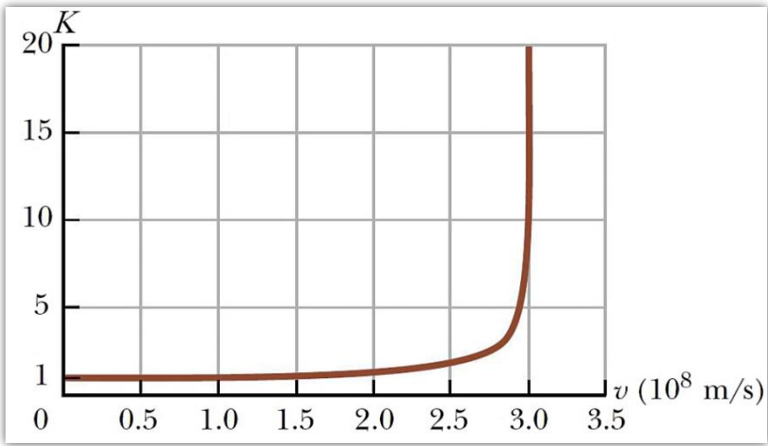
ومن المعادلة 1.24 نجد:

أولاً: $\Delta t' = \Delta t$ عندما تكون السرعة اعتيادية غير نسبية $(v \ll c)$.

ثانياً: $\Delta t' = \infty$ عندما $(v = c)$، وهذا يعني أن الإشارة الثانية للحدث لن تصل للمراقب في المنظومة S.

ثالثاً: $\Delta t' > \Delta t$ عندما تقترب v من c، أي عند السرع النسبية $(v \to c)$. وهذا يعني أن الفترة الزمنية لحادثة تقع في المنظومة S المقاسة من قبل مراقب في المنظومة المتحركة S' تبدو أطول من الفترة الزمنية التي يقيسها مراقب ساكن في المنظومة S.

ونستنتج مما تقدم أنه بسبب كون K دائماً أكبر من 1 فالمعادلة 1.24 تبين أن الفترة الزمنية Δt التي يقيسها المراقب عندما يكون الحدث والمراقب معاً في نفس المنظومة تبدو أقصر من الفترة الزمنية $\Delta t'$ التي يقيسها مراقب خارج المنظومة لنفس الحدث. وتُعرف هذه الظاهرة بتمدد الزمن time dilation.



الشكل ١-٧: منحنى K مقابل السرعة v، حيث عندما تقترب السرعة من سرعة الضوء فان K تزداد بشكل كبير.

الجدول ١-١
قيم تقريبية لـ K عند سرع مختلفة

v/c	K
0	1
0.001 0	1.000 000 5
0.010	1.000 05
0.10	1.005
0.20	1.021
0.30	1.048
0.40	1.091
0.50	1.155
0.60	1.250
0.70	1.400
0.80	1.667
0.90	2.294
0.92	2.552
0.94	2.931
0.96	3.571
0.98	5.025
0.99	7.089
0.995	10.01
0.999	22.37

إن التباطؤ والتمدد الزمنيين غير ملاحظَين في حياتنا اليومية، وهذا أمر مفهوم بملاحظة العامل K، حيث أنه ينحرف عن 1 بقيم معتَدٍّ بها عند السرع العالية جداً فقط كما هو موضح في الشكل ١-٧ والجدول ١-١. وكمثال، فإنه لسرعة $0.1c$ تكون $(K = 1.005)$. ولهذا يوجد تأخير زمني بمقدار 0.5% فقط عندما تكون السرعة عُشر سرعة الضوء. وعند الأخذ بعين الاعتبار أن السرع التي نتعامل معها في حياتنا اليومية أقل بكثير من $0.1c$ فإننا لن نلاحظ تأخيراً زمنياً في حياتنا الاعتيادية.

إن الفترة الزمنية لدقات الساعة الموجودة في محور الإسناد المتحرك سوف تبدو للمراقب في المحور الثابت أطول من الفترة الزمنية لدقات الساعة الموجودة في محور الإسناد الثابت. ولهذا يقال إن الساعة المتحركة تكون دقاتها أبطأ من الساعة التي في محور الإسناد الثابت بمقدار المُعامل K. ويمكن تعميم هذه النتيجة لكل العمليات الطبيعية بما فيها الميكانيكية والكيميائية والحياتية حيث تكون أبطأ عندما تحدث في محور إسناد متحرك بالنسبة للمراقب الثابت. وكمثال على هذا فإن نبضات قلب رائد الفضاء المتنقل في الفضاء تكون بمعدلها الطبيعي بالنسبة لساعة داخل المركبة الفضائية. ولكن ساعة رائد الفضاء ونبضات قلبه تبدوان كلاهما عند قياسهما متباطئتين بالنسبة للساعة الأخرى على الأرض (رغم أن رائد الفضاء لا يشعر ببطء في حياته داخل المركبة الفضائية).

مثال ١-٤: الميونات muons جسيمات أولية من صنف اللبتونات يبلغ متوسط العمر الأصلي لها $(2.2 \times 10^{-6}s)$ تتحلل بعده إلى جسيمات أخرى. (أ) كم يبلغ معدل المسافة التي تقطعها في الفراغ قبل أن تتحلل في محور إسناد قيست سرعتها فيه فكانت $0.6c$؟ (ب) قارن هذه المسافة مع المسافة التي تشهدها الميونات نفسها خلال الانتقال؟

الحل : (أ)

$$t' = Kt \quad \rightarrow \quad t' = \frac{t}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}} = \frac{2.2 \times 10^{-6}}{\sqrt{1-0.6^2}} = 2.75 \times 10^{-6}s$$

$$\text{Distance } d' = vt' = 0.6 \times 3 \times 10^{8} \times 2.75 \times 10^{-6} = 495m$$

(ب)

$$D = vt = 0.6 \times 3 \times 10^{8} \times 2.2 \times 10^{-6} = 396m$$

مثال ١-٥: تتحرك حزمة ميونات بسرعة $(v = 0.5c)$. ووُجد أن متوسط عمرها كما يلاحظ في المختبر هو $(2.54 \times 10^{-6}s)$. ما هو متوسط عمر الميونات عندما تتحلل في حالة السكون؟

الحل :

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{K} = \Delta t' \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = 2.9 \times 10^{-6}s \times \sqrt{1-0.5^2} = 2.2 \times 10^{-6}s$$

مثال ١-٦: وقع حدث على الأرض، واستمر مدة $40\ sec$ بالنسبة لمراقب على الأرض. ما هي الفترة الزمنية التي يسجلها لنفس الحدث مراقب مبتعد بسرعة منتظمة مقدارها $0.6c$ بالنسبة للأرض؟ ثم علل النتيجة فيزيائياً.

الحل :

$$\Delta t = 40\ sec$$

ومن تحويلات لورنتز لدينا :

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}$$

إذن ستكون الفترة الزمنية التي يسجلها المراقب المبتعد:

$$\Delta t' = \frac{40}{\sqrt{1-\left(\frac{0.6c}{c}\right)^2}} = 50\ sec$$

ويبدو الزمن أطول بالنسبة للمراقب المبتعد لأنه خلال فترة وقوع الحدث على الأرض قد ابتعد المراقب مسافة كبيرة، وهذه المسافة تحتاج لزمن إضافي تستغرقه الإشارة الأخيرة للحدث لكي تصل للمراقب المبتعد.

مثال ١–٧: ابتعدت سفينة فضائية عن الأرض بسرعة $(v = 0.7c)$. وعندما كانت عند مسافة $(d = 5 \times 10^8\ km)$ من الأرض أُرسلت لها إشارة راديوية من مراقب على الأرض. كم من الوقت تستغرق الإشارة لتصل إلى السفينة كما يقيسها المراقب الأرضي؟

الحل: ليكن t_1 الزمن الذي استغرقته الإشارة الراديوية لتصل إلى السفينة. وعند هذا الوقت كانت الإشارة قد قطعت مسافة $(d_1 = ct_1)$. وعندما كان $(t_1 = 0)$ كانت السفينة عند المسافة d. وعند t_1 الفعلي تكون السفينة الآن على بعد:

$$d_2 = d + vt_1 = d + 0.7ct_1$$

والآن $(d_1 = d_2)$. ولهذا:

$$ct_1 = d + 0.7ct_1 \quad \rightarrow \quad d = ct_1 - 0.7ct_1 = ct_1(1-0.7) = 0.3ct_1$$

$$t_1 = \frac{d}{0.3c} = \frac{5 \times 10^{11}\ m}{0.3 \times 3 \times 10^8\ m/s} = 5556\ s$$

مثال ١–٨: (أ) افرض أن رائد فضاء قام برحلة إلى المنظومة النجمية الثنائية المسماة الشِّعرى اليمانية Sirius والتي تبعد عن الأرض ثماني سنوات ضوئية تقريباً، وقد قاس زمن رحلة الذهاب ووجدها ست سنوات. فإذا كانت المركبة الفضائية تتحرك بسرعة ثابتة مقدارها $0.8c$، كيف يمكن لمسافة ثماني سنوات ضوئية أن تتلائم مع السنوات الستة للرحلة التي قاسها رائد الفضاء؟

(ب) ماذا لو تم رصد هذه الرحلة باستخدام مرقاب قوي جداً على الأرض؟ عند أي زمن يرى الراصد على الأرض أن رائد الفضاء قد وصل إلى نجم الشعرى؟

الحل: (أ) إن رائد الفضاء يقيس طول الفضاء بين الأرض ونجم الشعرى، وهذا الفضاء يُعتبر في حالة حركة بالنسبة لرائد الفضاء. ولهذا فإننا نصنف هذا المثال على أنه مسألة انكماش طولي. وتمثل مسافة ثماني سنوات ضوئية الطول الأصلي للمسافة بين الأرض والنجم بواسطة مراقب على الأرض يرصد كلا الجُرمَين وهما في حالة سكون تقريباً.

والآن نحسب الانكماش الطولي للفضاء المقاس بواسطة رائد الفضاء باستخدام المعادلة 1.21:

$$L = L_o\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = 8\ ly\sqrt{1-\frac{(0.8c)^2}{c^2}} = 4.8\ ly$$

لإيجاد زمن الرحلة المقاس بواسطة ساعة رائد الفضاء نستخدم نموذج جسيم يتحرك بسرعة ثابتة:

$$\Delta t = \frac{L}{v} = \frac{4.8\ ly}{0.8c} = \frac{4.8\ ly}{0.8(1\ ly/yr)} = 6\ yr$$

مما يلاحظ أننا عوضنا عن سرعة الضوء بالمقدار $(c = 1\ ly/yr)$. كما إن النتيجة تعني أن الرحلة تتطلب فترة زمنية تقل عن ثماني سنوات لرائد الفضاء لأن المسافة بين الأرض ونجم الشعرى تكون أقصر بالنسبة له.

(ب) تُحسب الفترة الزمنية التي يقيسها الراصد على الأرض لوصول رائد الفضاء كما يلي:

$$\Delta t = \frac{L}{v} = \frac{8\ ly}{0.8c} = 10\ yr$$

١-١٠-٣: نسبية السرعة 1-10-3: Relativity of Velocity

لنفترض أن جسماً يتحرك بسرعة u' في المنظومة S' بموازاة المحور x'. فوفق نسبية نيوتن تُعطى السرعة u لهذا الجسم بالنسبة لمراقب في المنظومة S بالمعادلة:

$$u = v + u' \qquad \text{…… 1.25}$$

حيث v تمثل سرعة المنظومة S' بالنسبة للمنظومة S.

ولحساب الصيغة النسبية لهذه المعادلة يجب استعمال تحويلات لورنتز، ونبدأ بالعلاقتين:

$$u = \frac{dx}{dt} \quad and \quad u' = \frac{dx'}{dt'}$$

ومن معادلات 1.16 لدينا:

$$x = K(x' + vt')$$

$$dx = K(dx' + vdt') \qquad \text{…… 1.26}$$

ومن معادلات 1.16 أيضاً:

$$t = K\left(t' + \frac{v}{c^2}x'\right) \quad \Rightarrow \quad dt = K\left(dt' + \frac{v}{c^2}dx'\right) \qquad \text{…… 1.27}$$

وبقسمة المعادلة 1.26 على المعادلة 1.27:

$$u = \frac{dx}{dt} = \frac{K(dx' + vdt')}{K\left(dt' + \frac{v}{c^2}dx'\right)}$$

وبقسمة بسط ومقام الطرف الأيمن لهذه المعادلة على dt' نحصل على:

$$u = \frac{\frac{dx'}{dt'} + v}{1 + \frac{v}{c^2}\frac{dx'}{dt'}} \quad \Rightarrow \quad u = \frac{u' + v}{1 + \frac{v}{c^2}u'} \qquad \ldots\ldots 1.28$$

وتمثل هذه المعادلة الصيغة النسبية لمعادلة جمع سرعتين متوازيتين. وتُختزل إلى صيغة نيوتن (المعادلة 1.25) إذا كانت قيم السرع v و u' صغيرة بالمقارنة بسرعة الضوء c، حيث يُهمل الحد (vu'/c^2) مقارنة بالعدد 1. وفي حالة خاصة عندما $(u' = c)$ سينتج:

$$u = \frac{c + v}{1 + \frac{v}{c^2}c} = \left.\frac{c + v}{1 + \frac{v}{c}}\right\} \times \frac{c}{c} \quad \Rightarrow \quad u = \frac{c(c + v)}{c + v} = c$$

وهذا موافق للفرضية الأساسية بأن سرعة الضوء ثابتة ولا تعتمد على حركة المصدر أو المراقب. وهذه نتيجة متوقعة لأن قيمة t في معادلات 1.16 التي استنتجنا منها المعادلة 1.28 قد حُسبت بناءً على تطبيق فرضية ثبات سرعة الضوء على تحويلات لورنتز.

إن المعادلة 1.28 تمثل تحويل سرعة لورنتز العكسية من المنظومة S' إلى المنظومة S، أما تحويل سرعة لورنتز من المنظومة S إلى المنظومة S' فيعطى بالعلاقة:

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{v}{c^2}u} \qquad \ldots\ldots 1.28'$$

مثال ١–٩: تتحرك سفينة فضائية هاربة مبتعدة عن الأرض بسرعة $0.8c$ وتلحقها سفينة فضائية بسرعة $0.9c$ بالنسبة للأرض. احسب سرعة تجاوز السفينة اللاحقة للسفينة الهاربة كما يقيسها طاقم السفينة اللاحقة؟

الحل: نفترض هنا أن الأرض تمثل محور الإسناد الثابت S وأن السفينة الهاربة تمثل محور الإسناد S' الذي يتحرك بسرعة ثابتة v بالنسبة للأرض. ولهذا ستمثل u': سرعة السفينة اللاحقة بالنسبة للسفينة الهاربة، و u: سرعة السفينة اللاحقة بالنسبة للأرض.

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{v}{c^2}u} = \frac{0.9c - 0.8c}{1 - \frac{(0.8c)}{c^2}(0.9c)} = 0.357c$$

مثال ١–١٠: تحرك الصاروخ A بسرعة $0.8c$ بالنسبة لقاعدة في القمر، وكان في إثره الصاروخ B الذي يراد له أن يتجاوز الصاروخ A بسرعة $0.3c$ بنفس الاتجاه. ما هي السرعة التي يجب أن يتحرك بها الصاروخ B بالنسبة للقمر؟

الحل: نفترض هنا أن القمر يمثل محور الإسناد الثابت S وأن الصاروخ A يمثل محور الإسناد S' الذي يتحرك بسرعة ثابتة v بالنسبة للقمر. ولهذا ستمثل u': سرعة الصاروخ B بالنسبة للصاروخ A، و u: سرعة الصاروخ B بالنسبة للقمر.

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{v}{c^2} u'} = \frac{0.3c + 0.8c}{1 + \frac{(0.8c)}{c^2}(0.3c)} = 0.887c$$

١-١١: الكتلة النسبية 1-11: Relativistic Mass

عند استخدام الميكانيك التقليدي تُعتبر كتل الأجسام ثابتة. ولكن وفق النظرية النسبية الخاصة فإن كتلة الجسم بالنسبة للمراقب تتغير حسب سرعته وفق العلاقة:

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}} \qquad \dots\dots 1.29$$

حيث m_o: كتلة الجسم السكونية، و m: كتلة الجسم عندما يتحرك بسرعة ثابتة v بالنسبة لمراقب ساكن وتُسمى الكتلة النسبية.

ويمكن أن يُستنتج من المعادلة 1.29 ما يلي:

أولاً: إن الكتلة السكونية m_o هي التي تُعتبر ثابتة وفق النظرية النسبية وليست الكتلة النسبية m.

ثانياً: $(m \cong m_o)$ عندما تكون سرعة الجسم صغيرة نسبياً $(v \ll c)$.

ثالثاً: عندما تقترب سرعة الجسم من سرعة الضوء $(v \to c)$ تزداد كتلته نسبة للمراقب الثابت إلى أن تصل إلى ما لانهاية $(m = \infty)$ عند $(v = c)$، وهذا غير واقعي ولا يمكن حدوثه. ولهذا فإنه يمكن اعتبار سرعة الضوء هي السرعة التي لا يمكن لأي جسم مادي أن يصل إليها فضلاً عن تجاوزها.

مثال ١-١١: ما هي السرعة التي يجب أن يسير بها جسم تبلغ كتلته النسبية ضعف كتلته السكونية؟

الحل:

$$m = 2m_o \quad \Rightarrow \quad m_o/m = 0.5$$

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}} \quad \Rightarrow \quad 1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right) = \left(\frac{m_o}{m}\right)^2 = 0.25$$

$$\frac{v^2}{c^2} = 1 - 0.25 = 0.75 \quad \Rightarrow \quad v = 0.866c$$

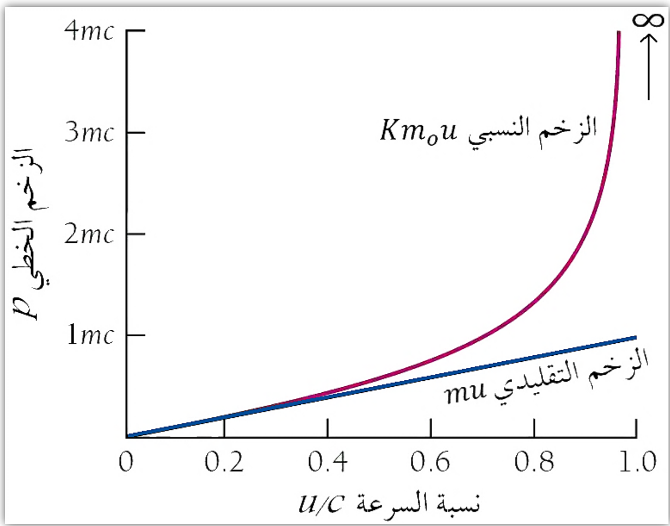
١-١٢: الزخم النسبي 1-12: Relativistic Momentum

يُعبر عن الزخم الخطي وفق الميكانيك التقليدي بالصيغة $(p = mu = m_o u)$.[١] ولكن الكتلة تكون متغيرة عند السرع القريبة من سرعة الضوء بالنسبة لمراقب ثابت، ولهذا يعطى الزخم الخطي وفق النظرية النسبية الخاصة بالصيغة التالية:

$$p = mu = \frac{m_o u}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = K m_o u \qquad \dots\dots 1.30$$

حيث u: سرعة الجسم، و m_o: كتلته السكونية.

وعندما $(u \ll c)$ فإن الزخم الخطي سيؤول إلى الصيغة التقليدية لأن $(K \to 1)$. ومما يُلاحظ من المعادلة 1.30 ومن الشكل ١-٨ أن سرعة الجسم لا يمكن أن تصل إلى سرعة الضوء لأن زخم الجسم سيكون لا نهائياً، وهذا أمر مستحيل. لذا فالزخم النسبي $K m_o u$ صحيح دائماً، أما الزخم التقليدي $m_o u$ فإنه يصلح فقط لسرعات أصغر بكثير من سرعة الضوء.



الشكل ١-٨: زخم جسم يتحرك بسرعة u نسبة للراصد.

مثال ١-١٢: يتحرك إلكترون (كتلته $9.11 \times 10^{-31} kg$) بسرعة مقدارها $0.75c$. جد مقدار زخمه النسبي والتقليدي وقارن بينهما.

الحل:

$$p = \frac{m_e u}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \frac{(9.11 \times 10^{-31} kg)(0.75 \times 3 \times 10^8 m/s)}{\sqrt{1 - \frac{(0.75c)^2}{c^2}}} = 3.1 \times 10^{-22}\ kg.m/s$$

---

١) هنا استخدمنا الرمز u لسرعة الجسيمات لأن الرمز v نستخدمه عادةً للسرعة النسبية لإطارين مرجعيين.

أما وفق الصيغة التقليدية (التي لا يصح استخدامها هنا لأن السرعة نسبية) فيُحسب الزخم كما يلي:

$$p_{\text{classical}} = m_e u = 2.05 \times 10^{-22}\ kg.m/s$$

وعليه فإن النتيجة النسبية أكبر بـ 50% من النتيجة التقليدية.

١–١٣: القوة النسبية — 1-13: Relativistic Force

تُعرف القوة المؤثرة على جسم وفق الميكانيك التقليدي بأنها المعدل الزمني لتغير زخم الجسم:

$$F = \frac{dp}{dt} = \frac{d}{dt}(m_o u) = m_o \frac{du}{dt} = m_o a \qquad \ldots\ldots 1.31$$

وتمثل هذه الصيغة قانون نيوتن الثاني. ولكن وفق النظرية النسبية تصبح الكتلة متغيرة عند السرع النسبية، وتُعرّف القوة المؤثرة حينئذ بأنها المعدل الزمني لتغير الزخم النسبي للجسم. وتُعطى الصيغة النسبية لقانون نيوتن الثاني بالشكل:

$$F = \frac{dp}{dt} = \frac{d}{dt}(mu) = \frac{d}{dt}(K m_o u) \qquad \ldots\ldots 1.32$$

وعندما $(u \ll c)$ فإن K ستكون مقاربة لـ 1 وتصبح F مقاربة لـ $m_o a$، وهذا موافق للميكانيك التقليدي.

مثال ١–١٣: جد تعجيل جسيم كتلته السكونية m_o وسرعته النسبية u عندما تؤثر عليه قوة مقدارها F موازية لـ u.

الحل: من المعادلة 1.32،

$$F = \frac{d}{dt}(mu) = \frac{d}{dt}(K m_o u) = m_o \frac{d}{dt}\left(\frac{u}{\sqrt{1-u^2/c^2}}\right)$$

$$= \frac{m_o}{(1-u^2/c^2)^{1/2}}\frac{du}{dt} + m_o u \frac{d}{dt}(1-u^2/c^2)^{-1/2}$$

$$= \frac{m_o}{\sqrt{1-u^2/c^2}}\frac{du}{dt} + m_o u\left[-\frac{1}{2}(1-u^2/c^2)^{-3/2}\left(\frac{-2u}{c^2}\right)\frac{du}{dt}\right]$$

$$= m_o\left[\frac{1}{(1-u^2/c^2)^{1/2}} + \frac{u^2/c^2}{(1-u^2/c^2)^{3/2}}\right]\frac{du}{dt} = m_o\left[\frac{1-\frac{u^2}{c^2}+\frac{u^2}{c^2}}{(1-u^2/c^2)^{3/2}}\right]\frac{du}{dt}$$

$$= m_o\left[\frac{1}{(1-u^2/c^2)^{3/2}}\right]\frac{du}{dt} = \frac{m_o a}{(1-u^2/c^2)^{3/2}} = K^3 m_o a\,, \quad where\ a = \frac{du}{dt}$$

وسيكون تعجيل الجسيم:

$$a = \frac{F}{m_o K^3} = \frac{F}{m_o}\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)^{3/2} \qquad \ldots\ldots 1.33$$

ونستنتج من هذه المعادلة أنه حتى لو كانت القوة ثابتة المقدار فإن تعجيل الجسيم سيقل بزيادة سـرعته. أي عندما $(u \to c)$ فإن $(a \to 0)$، وبالتالي فإن الجسيم لا يصل أبداً لسرعة الضوء.

١٤-١: الطاقة النسبية 1-14: Relativistic Energy

تُعتبر العلاقة بين الكتلة والطاقة أشـهر العلاقـات التـي حصـل عليها آينشـتاين مـن فرضيات النسبية الخاصة. ويمكن الحصول على هذه العلاقة من تعريف الشغل W المنجز على جسم يتحرك في بعـد واحـد على امتداد محور x بواسطة قوة مقدارها F باتجاه محور x أيضاً، حيث يُعطى الشغل بالعلاقة $(W = Fx)$. وإن لم تؤثر قوة أخرى على الجسم وكان الجسم قد بدأ حركته من الصفر فإن جميع الشـغل المنجز عليـه سيكون طاقة حركيـة E_k kinetic energy قيمتهـا $(E_k = Fx)$. كمـا إن هـذه القـوة ستسـبب تغييـراً فـي الزخم. وستُعطى صيغة الطاقة الحركية بالتكامل التالي:

$$E_k = \int_0^x F dx = \int_0^x \frac{dp}{dt} dx$$

وفي الفيزياء التقليدية تُعطى الطاقة الحركية لجسم كتلته m وسرعته u بالصيغة $\left(E_k = \frac{1}{2} m u^2\right)$. ولإيجاد الصيغة النسبية للطاقة الحركية سنبدأ من الصيغة النسبية لقانون نيوتن الثاني (المعادلة 1.32):

$$E_k = \int_0^x F dx = \int_0^x \frac{dp}{dt} dx = \int_0^x \frac{d(K m_o u)}{dt} dx = \int_0^u u\, d(K m_o u)\,, \quad where\ u = \frac{dx}{dt}$$

$$E_k = \int_0^u u\, d\left(\frac{m_o u}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}\right)$$

وبالتكامل بطريقة التجزئة $(\int u dv = uv - \int v du)$ ينتج:

$$E_k = \frac{m_o u^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} - m_o \int_0^u \frac{u\, du}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$= \frac{m_o u^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} - m_o \frac{-2/c^2}{-2/c^2} \int_0^u u (1 - u^2/c^2)^{-1/2} du$$

$$= \frac{m_o u^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} - \left[\frac{m_o}{-2/c^2} \frac{(1 - u^2/c^2)^{1/2}}{1/2}\right]_0^u$$

$$= \frac{m_o u^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} + \left[m_o c^2 \sqrt{1 - u^2/c^2}\right]_0^u$$

$$= \frac{m_o u^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} + m_o c^2 \sqrt{1 - u^2/c^2} - m_o c^2$$

$$= \frac{m_o u^2 + m_o c^2\,(1 - u^2/c^2)}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} - m_o c^2 = \frac{m_o u^2 + m_o c^2 - m_o u^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} - m_o c^2$$

$$E_k = \frac{m_o c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} - m_o c^2 = K m_o c^2 - m_o c^2 \qquad \dots\dots 1.34$$

$$E_k = mc^2 - m_o c^2 = (m - m_o)c^2 \qquad \dots\dots 1.34'$$

وتنص هذه النتيجة على أن الطاقة الحركية النسبية لجسم ما ستكون مساوية للفرق بين Km_oc^2 و m_oc^2، أو إن الطاقة الحركية النسبية للجسم تساوي الزيادة في كتلته نتيجة للحركة النسبية مضروبة في مربع سرعة الضوء. وبإعادة ترتيب المعادلة 1.34 و $1.34'$ ينتج:

$$mc^2 = Km_o c^2 = m_o c^2 + E_k \qquad \dots\dots 1.35$$

وإذا اعتبرنا أن mc^2 هي الطاقة الكلية للجسم E فسينتج أن طاقة الجسم عند السكون تساوي m_oc^2 لأن الطاقة الحركية E_k عند السكون تساوي صفراً. وبهذا ستأخذ معادلة الطاقة الكلية الشكل التالي:

$$E = E_o + E_k \qquad \dots\dots 1.36$$

حيث E_o : الطاقة السكونية rest energy لجسم كتلته m_o،

$$E_o = m_o c^2 \qquad \dots\dots 1.37$$

وإذا كان الجسم متحركاً ستكون طاقته الكلية:

$$E = mc^2 = Km_o c^2 = \frac{m_o c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \qquad \dots\dots 1.38$$

إن هذه المعادلة تشبه المعادلة 1.29 ما عدا أن الطرفين هنا قد ضربا بـ c^2. وهذا ناتج عن مبدأ تكافؤ الكتلة والطاقة. وبما أن الكتلة والطاقة كميتان غير مستقلتين عن بعض فإن مبدئي الحفظ لهما (حفظ المادة وحفظ الطاقة) هما في الحقيقة مبدأ واحد، أي يمكن توليد كتلة أو إفناؤها بشرط أن تفنى أو تتولد كمية مكافئة من الطاقة في نفس الوقت، والعكس بالعكس. أي إن التوليد يجب أن يقابله فناء، والإفناء يقابله ولادة. لذا فالكتلة والطاقة هما مظهران مختلفان لنفس الشيء، وإنّ ثابت التناسب بين وحدة الكتلة kg ووحدة الطاقة J هو c^2. أي إن كيلوغرام واحداً من المادة يحوي طاقة مقدارها:

$$mc^2 = 1kg \times (3 \times 10^8 m/s)^2 = 9 \times 10^{16} J$$

وهذا يكفي لإرسال حمولة مقدارها مليون طن إلى القمر.

وعندما تكون السرعة غير نسبية $(u \ll c)$ فإن الطاقة الحركية للجسم تُختزل إلى الصيغة التقليدية $(E_k = \frac{1}{2} mu^2)$. ويمكن التحقق من هذا باستخدام المفكوك ذي الحدين binomial expansion :

$$(1 - x^2)^{-\frac{1}{2}} \approx 1 + \frac{1}{2}x^2 + \cdots, \quad for\ x \ll 1$$

حيث أن القوى عالية الرتبة لـ x ستُهمل في المفكوك. وفي حالتنا هذه فإن $(x = u/c)$ أي $(u/c \ll 1)$. وبالتالي فإن:

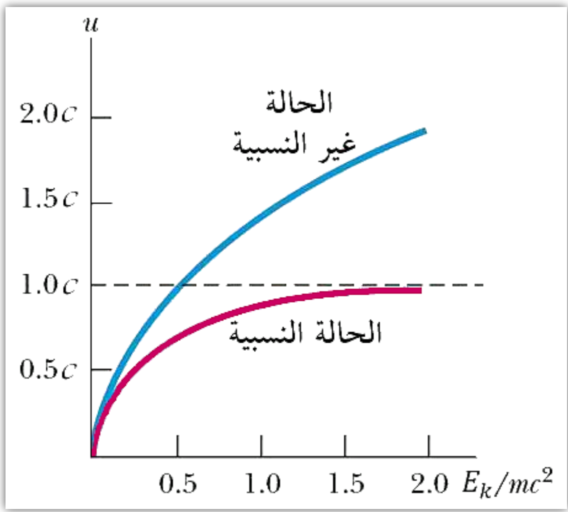
$$\frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)^{-1/2} \approx 1+\frac{1}{2}\frac{u^2}{c^2}+\cdots$$

وبتعويض هذه النتيجة في المعادلة 1.34 سينتج:

$$E_k = m_o c^2\left(1+\frac{1}{2}\frac{u^2}{c^2}+\cdots\right) - m_o c^2 \approx m_o c^2 + \frac{1}{2}\frac{u^2}{c^2} m_o c^2 - m_o c^2 = \frac{1}{2} m_o u^2$$

وهذا يتوافق مع النتيجة التقليدية للطاقة الحركية للجسم.

ولمعرفة الفرق بين الحالتين النسبية وغير النسبية للسرعة u كدالة للطاقة الحركية E_k يلاحَظ الشكل ١-٩، ففي الحالة النسبية لا يمكن لسرعة الجسيم u أن تتجاوز c بغض النظر عن الطاقة الحركية وفق ما تم التأكد منه في تجارب معجلات الجسيمات عالية الطاقة. ويلاحظ أن المنحنَيَين في تطابق مقبول عندما $(u \ll c)$.



الشكل ١-٩: مخطط لمقارنةٍ بين الصيغتين النسبية وغير النسبية للسرعة كدالة للطاقة الحركية.

١-١٥: العلاقة بين الطاقة والزخم

1-15: Relationship between Energy and Momentum

في العديد من الحالات يتم قياس الزخم الخطي للجسيم أو طاقته وليس سرعته. ولهذا فإنه من المفيد أن نمتلك صيغة تربط بين الطاقة الكلية النسبية E والزخم الخطي النسبي p، وذلك من خلال استخدام المعادلتين $(E = Km_o c^2)$ و $(p = Km_o u)$ وتربيعهما كما يلي:

$$E = Km_o c^2 \quad \rightarrow \quad E^2 = (Km_o c^2)^2$$
$$p = Km_o u \quad \rightarrow \quad p^2 = (Km_o u)^2$$

بضرب p^2 بـ c^2 ثم الطرح ينتج:

$$E^2 - p^2c^2 = (Km_o c^2)^2 - (Km_o u)^2 c^2 = K^2[(m_o c^2)^2 - (m_o u)^2 c^2]$$

$$= K^2[m_o^2c^4 - m_o^2c^2u^2] = m_o^2c^4K^2\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)$$

$$= m_o^2c^4\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)^{-1}\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right) = m_o^2c^4$$

$$E^2 = p^2c^2 + m_o^2c^4 \qquad \ldots\ldots 1.39$$

عندما يكون الجسيم ذو الكتلة في حالة سكون فإن الزخم يساوي صفراً $(p = 0)$، وبالتالي فإن المعادلة 1.39 ستصبح $(E = m_oc^2)$، وهذا يعني أن الطاقة الكلية تساوي طاقة السكون. أما عندما يكون للجسيم كتلة صفرية كالفوتون فنضع $(m_o = 0)$ في المعادلة 1.39 لينتج:

$$E = pc \qquad \ldots\ldots 1.40$$

وهذه المعادلة هي الصيغة الدقيقة التي تربط بين الطاقة الكلية والزخم الخطي للفوتونات، والتي تتحرك دائماً بسرعة الضوء.

١-١٦: الإلكترون فولت — 1-16: Electronvolt

إن وحدة الطاقة المعتاد استخدامها في الفيزياء الذرية هي وحدة الكترون-فولت eV، وهي الطاقة المكتسبة بواسطة إلكترون مُعجَّل خلال فرق جهد مقداره فولت واحد، حيث $(W = qV)$،

$$1\ eV = (1.602\times10^{-19}\ C)(1\ V) = 1.602\times10^{-19}\ J$$

وكمثال فإن الإلكترون الذي يمتلك كتلة قدرها $9.11\times10^{-31}kg$ تكون طاقته السكونية بوحدة الجول هي:

$$m_ec^2 = (9.11\times10^{-31}kg)(3\times10^8m/s)^2 = 8.2\times10^{-14}J$$

ولتحويلها لوحدة إلكترون-فولت:

$$m_ec^2 = (8.2\times10^{-14}J)\left(\frac{1\ eV}{1.602\times10^{-19}\ J}\right) = 0.511\times10^6eV = 0.511\ MeV$$

ولأن $(m_ec^2 = 0.511\ MeV)$ فإن كتلة الإلكترون ستُكتب بالصيغة $(m_e = 0.511\ MeV/c^2)$.

مثال ١-١٤: تبلغ سرعة إلكترون $0.85c$. جد طاقته الكلية وطاقته الحركية بوحدة إلكترون-فولت.

الحل: بملاحظة حقيقة أن الطاقة السكونية للإلكترون هي $0.511\ MeV$ وأن $(E = Km_oc^2)$ فإنه:

$$E = \frac{m_ec^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \frac{0.511\ MeV}{\sqrt{1-(0.85c)^2/c^2}} = 0.97\ MeV$$

ويتم الحصول على الطاقة الحركية بطرح الطاقة السكونية من الطاقة الكلية:

$$E_k = E - m_ec^2 = 0.97\ MeV - 0.511\ MeV = 0.459\ MeV$$

أسئلــة

١- إذا كان جسم يتحرك بسرعة $0.5c$ بالنسبة لمحور إسناد يتحرك بتعجيل. فهل يمكن تطبيق قوانين النظرية النسبية الخاصة عليه من قبل مراقب في المحور المتعجل؟ ولماذا؟

٢- إلى أي مدى تكون تحويلات غاليليو صحيحة؟ وما هي التحويلات التي عالجت هذا النقص؟

٣- رائد فضاء تسير مركبته بسرعة نسبية، هل ستكون سرعة نبضات قلبه وفق المعدل الطبيعي بالنسبة لساعة داخل المركبة الفضائية أم لا؟ ولماذا؟

٤- إذا كان هنالك محور إسناد قصوري يتحرك نسبة لمحور ثابت بسرعة v وكانت قيمة معامل النسبية K قريبة من 1 فإن السرعة v مقارنة بسرعة الضوء c ستكون:

(a) $v = c$, (b) $v > c$, (c) $v \ll c$, (d) $v < c$.

٥- مسطرة مترية تتحرك باتجاه يصنع زاوية $90°$ مع طولها وبسرعة $0.6c$. ما مقدار طولها حينئذ بالنسبة لمراقب ثابت؟

(a) $0.8\ m$, (b) $1\ m$, (c) $1.2\ m$, (d) $0\ m$.

٦- رائد فضاء كانت كتلته على الأرض $100\ Kg$. وعندما انطلق في سفينة فضائية أصبحت كتلته $106\ Kg$ بالنسبة لمشاهد على الأرض، فما مقدار سرعة السفينة الفضائية؟

(a) $0.35c$, (b) $0.70c$, (c) $0.33c$, (d) $0.66c$.

٧- وقع حدث على الأرض، واستمر مدة عشرين ثانية بالنسبة لمراقب على الأرض. ما هي الفترة الزمنية التي يسجلها لنفس الحدث مراقب يتحرك مبتعداً بسرعة منتظمة مقدارها $0.7c$ بالنسبة للأرض؟

(a) $2.8\ sec$, (b) $28\ sec$, (c) $0.28\ min$, (d) $2.8\ min$.

٨- وفق فرضيات آينشتاين في النسبية الخاصة، إذا كانت السرعة بالنسبة لمراقب في المنظومة الثابتة S مساوية لسرعة الضوء c فإنها ستساوي................. بالنسبة لمراقب في المنظومة المتحركة S'.

٩- لا يمكن أن يكون معامل النسبية K أصغر من.................

١٠- لو سار جسم بسرعة الضوء فإن طوله سيكون................. بالنسبة للمراقب الثابت.

مسائل محلولة

(١) حدثان وقعا في الموضعين $(6 \times 10^4 m, 0, 0)$ و $(9 \times 10^4 m, 0, 0)$ وظهرا في نفس الوقت لمراقب على الأرض. ما هي الفترة الزمنية بين الحدثين بالنسبة لمراقب يتحرك مبتعداً عن الأرض بسرعة $0.7c$؟

الحل : من المعادلة 1.23

$$t_2' - t_1' = -K\frac{v}{c^2}(x_2 - x_1)$$

$$= \frac{0.7c}{c^2}\frac{1}{\sqrt{1-(0.7c)^2/c^2}}(9\times 10^4 - 6\times 10^4) = 9.8\times 10^{-5} sec$$

(٢) لاحظ مراقب في المنظومة S' المتحركة على امتداد محور xx' بسرعة منتظمة مقدارها $0.8\ c$ بالنسبة للمنظومة S توهجاً في الموضع $(0,0,0)$، وبعد 24 ثانية لاحظ توهجاً في الموضع $(9 \times 10^8 m, 0, 0)$. ما هي الفترة الزمنية بين التوهجين بالنسبة لمراقب في المنظومة S ؟

الحل :

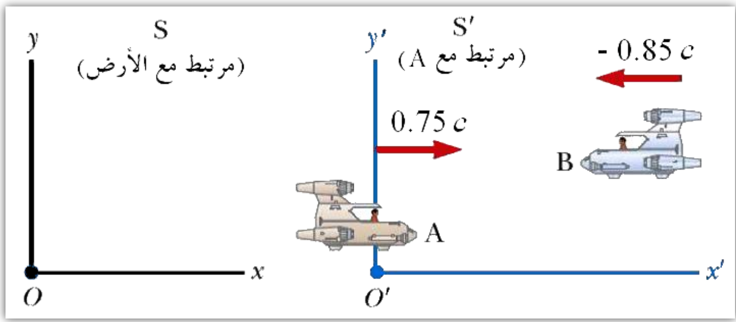
$$t_1' = 0,\quad t_2' = 24\sec,\quad x_1' = 0,\quad x_2' = 9\times 10^8 m$$

من المعادلة 1.18 :

$$\Delta t = t_2 - t_1 = K\left(\Delta t' + \frac{v}{c^2}\Delta x'\right)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1-(0.8\ c)^2/c^2}}\left(24\ sec + \frac{0.8\ c}{c^2}\times 9\times 10^8 m\right) = 44\ sec$$

(٣) مركبتان فضائيتان A و B تتحركان باتجاهين متعاكسين، وهنالك مراقب على الأرض يقيس سرعتي المركبتين الفضائيتين فيجد سرعة المركبة A تساوي $0.75c$ وسرعة المركبة B تساوي $0.85c$. جد مقدار سرعة المركبة B كما يقيسها ركاب المركبة A.



الحل: يمكن حل هذه المسألة بأخذ S' كمحور إسناد للمركبة A. ولهذا فإن $(v = 0.75c)$ نسبة للمراقب على الأرض (محور S). ويمكن اعتبار المركبة B كجسم يتحرك يساراً بسرعة $(u = -0.85c)$ نسبة للمراقب الأرضي. ولهذا فإن سرعة B نسبة لـ A يمكن معرفتها باستخدام المعادلة $1.28'$.

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{vu}{c^2}} = \frac{-0.85c - 0.75c}{1 - \frac{(0.75c)(-0.85c)}{c^2}} = -0.9771c$$

وتشير الإشارة السالبة إلى أن المركبة الفضائية B تتحرك باتجاه محور x السالب كما يقيسها ركاب المركبة الفضائية A.

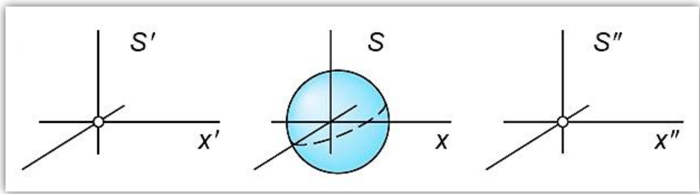
(٤) تتحرك المركبة الفضائية α بسرعة $0.9c$ نسبة للأرض وأرادت المركبة الفضائية β أن تتجاوزها بسرعة نسبية مقدارها $0.5c$ بنفس الاتجاه. ماهي السرعة التي يجب أن تسير بها β بالنسبة للأرض؟

الحل: وفق تحويلات غاليليو ستحتاج β سرعة مقدارها $(0.9c + 0.5c = 1.4c)$ نسبة للأرض، وهذا مستحيل. لذا فبموجب المعادلة 1.28 والقيمتين $(u' = 0.5c)$ و $(v = 0.9c)$ ستكون السرعة المطلوبة:

$$u = \frac{u' + v}{1 + vu'/c^2} = \frac{0.5c + 0.9c}{1 + (0.9c)(0.5c)/c^2} = 0.965c$$

وهذه السرعة أقل من سرعة الضوء c.

(٥) افترض أن اثنين من بروتونات الأشعة الكونية يقتربان من الأرض من اتجاهين متعاكسين كما هو موضح في الشكل المرفق. وقد قيست سرعتاهما نسبة للأرض فكانتا $(v_1 = 0.6\ c)$ و $(v_2 = -0.8\ c)$. ما هي سرعة الأرض نسبة لكل بروتون؟ وما هي سرعة كل بروتون بالنسبة إلى الآخر؟



الحل: نفرض أن البروتون الأول والثاني والأرض هي محاور إسناد قصورية S' و S'' و S على التوالي، والمحاور السينية x لكل منها متوازية كما في الشكل المجاور.

وبهذا الترتيب سيكون $(v_1 = u_1 = 0.6\ c)$ و $(v_2 = u_2 = -0.8\ c)$. ولهذا فإن سرعة الأرض المقاسة في المحور S' (محور البروتون 1) هي $v'_E = -0.6\ c$ وتكون سرعة الأرض المقاسة في المحور S'' (محور البروتون 2) هي $v''_E = 0.8\ c$.

ولإيجاد سرعة البروتون 2 نسبة للبروتون 1 نطبق العلاقة:

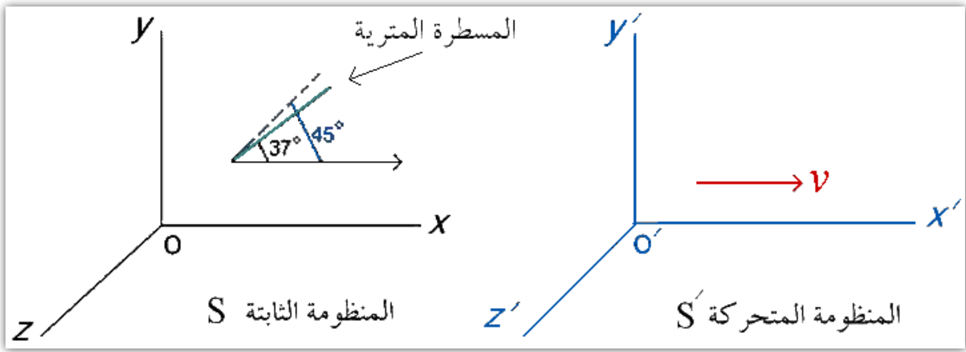
$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{vu}{c^2}} \quad \Rightarrow \quad u'_2 = \frac{u_2 - u_1}{1 - \frac{u_2 u_1}{c^2}} = \frac{(-0.8c) - (0.6c)}{1 - \frac{(0.6c)(-0.8c)}{c^2}} = -0.95c$$

وتعني الإشارة السالبة في الناتج أن البروتون 2 يقترب بالنسبة للبروتون 1 (أي يتحرك بالاتجاه $-x'$).

وستكون سرعة البروتون 1 كما يرصدها مراقب في المحور S'' هي $0.95c$. ويمكن التحقق من هذا بتطبيق المعادلة السابقة كما يلي:

$$u_1' = \frac{u_1 - u_2}{1 - \frac{u_2 u_1}{c^2}} = \frac{(0.6c) - (-0.8c)}{1 - \frac{(0.6c)(-0.8c)}{c^2}} = 0.95c$$

(٦) مسطرة مترية موجودة في المنظومة S تصنع زاوية مقدارها $37°$ مع المحور x كما في الشكل ١-١٠. كم يجب أن تكون سرعة مراقب باتجاه المحور xx' في المنظومة S' لكي تظهر له زاوية ميل المسطرة مساوية لـ $45°$؟ وما هو طول المسطرة الذي يقيسه هذا المراقب؟



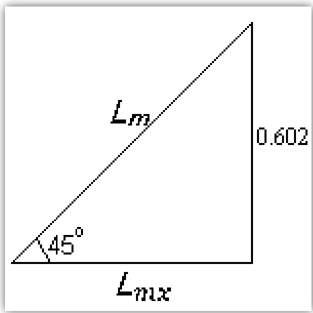
الشكل ١-١٠

الحل: طول المسطرة في المنظومة S: $L = 1m$

الطول باتجاه x في حالة السكون: $L_x = 1\,cos37 = 0.798\,m$

الطول باتجاه y في حالة السكون: $L_y = 1\,sin\,37 = 0.602\,m$

الطول L_y لا يتغير لأنه عمودي على الحركة



$$Tan\,45 = \frac{0.602}{L_{mx}} = 1 \quad \rightarrow \quad L_{mx} = 0.602\,m$$

$$L_{mx} = L_x\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$\left(\frac{L_{mx}}{L_x}\right)^2 = \left(\frac{0.602}{0.798}\right)^2 = 1 - \frac{v^2}{c^2} \quad \rightarrow \quad v = 0.66\,c$$

طول المسطرة بالنسبة للمراقب المتحرك:

$$sin\,45 = \frac{L_y}{L_m} = \frac{0.602\,m}{L_m} \quad \rightarrow \quad L_m = \frac{0.602\,m}{0.707} = 0.851\,m$$

(٧) عصا طولها الحقيقي متر واحد تتحرك باتجاه موازٍ لطولها بسرعة v بالنسبة لك. احسب هذه السرعة إذا صار طول العصا $0.914\ m$ كما تقيسه أنت.

الحل :
$$L = L_o\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \quad \Rightarrow \quad 0.914 = 1 \times \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \quad \Rightarrow \quad (0.914)^2 = 1-\frac{v^2}{c^2}$$
$$\frac{v^2}{c^2} = 1-0.835 = 0.165 \quad \Rightarrow \quad v^2 = 0.165c^2 \quad \Rightarrow \quad v = 0.406c$$

(٨) مكعب يتحرك بسرعة نسبية منتظمة v باتجاه أحد أضلاعه. أثبت أن حجمه V وكثافته ρ تُعطى بالعلاقتين:
$$V = V_o\sqrt{1-(v^2/c^2)} \quad , \quad \rho = \rho_o/\left(1-(v^2/c^2)\right)$$

الحل: نفرض أن طول ضلع المكعب $= L_o$. لذا فإن حجمه سيكون: $V_o = L_o^3$

وفي حالة الحركة فإن الضلع الذي يكون باتجاه الحركة يأخذ الصيغة:
$$L_x = L_o\sqrt{1-(v^2/c^2)}$$

أما الضلعان الآخران فلا يتغيران ويبقى طول كل منهما L_o. لذا فحجم المكعب المتحرك يكون:
$$V = L_xL_o^2 = L_o\sqrt{1-(v^2/c^2)}\, L_o^2 = L_o^3\sqrt{1-(v^2/c^2)} = V_o\sqrt{1-(v^2/c^2)}$$

وكثافة المكعب في حالة السكون ستساوي: $\left(\rho_o = m_o/V_o\right)$، وفي حالة الحركة: $\left(\rho = m/V\right)$،
$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}} \quad , \quad V = V_o\sqrt{1-(v^2/c^2)}$$
$$\rho = \left(\frac{m_o}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}\right)\left(\frac{1}{V_o\sqrt{1-(v^2/c^2)}}\right) = \frac{m_o}{V_o\left(1-(v^2/c^2)\right)} = \frac{\rho_o}{1-(v^2/c^2)}$$

(٩) صاروخ طوله على الأرض $10m$. جد مقدار النقص في طوله أثناء الطيران بسرعة $0.6c$ بالنسبة لمراقب على الأرض. ثم جد الوقت الذي يجب أن يمضي ليكون الفرق بين الزمن في الصاروخ والزمن على الأرض ثانية واحدة.

الحل :
$$L = L_o\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = 10\sqrt{1-\frac{(0.6c)^2}{c^2}} = 8m$$

النقص في الطول : $L_o - L = 10-8 = 2m$

فرق الزمن : $\Delta t' - \Delta t = 1 \quad \rightarrow \quad \Delta t' = \Delta t + 1$

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}} \quad or \quad \Delta t = \Delta t'\sqrt{1-(v^2/c^2)}$$

$$\Delta t = (\Delta t + 1)\sqrt{1-(v^2/c^2)} = (\Delta t + 1)\sqrt{1-\frac{(0.6c)^2}{c^2}} = (\Delta t + 1)(0.8)$$

$$\Delta t = 0.8\,\Delta t + 0.8 \quad \rightarrow \quad 0.2\,\Delta t = 0.8 \quad \rightarrow \quad \Delta t = 4\,sec$$

$$\Delta t' = 4 + 1 = 5\,sec \quad or \quad \Delta t' - \Delta t = 5 - 4 = 1\,sec$$

(١٠) ما طول المسطرة المترية المقاس أثناء تحركها باتجاه طولها بسرعة منتظمة بحيث تكون كتلتها مساوية لضعف كتلتها السكونية؟

الحل :

$$m = 2m_o = \frac{m_o}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}$$

$$2 = \frac{1}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}} \quad \rightarrow \quad 1 - v^2/c^2 = \frac{1}{4} \quad \rightarrow \quad v^2/c^2 = 0.75$$

$$L = L_o\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = 1m\sqrt{1-0.75} = 0.5m$$

(١١) إلكترون طاقته الحركية $100\ MeV$ يتحرك على امتداد محور أنبوب مُفرّغ طوله $4m$ مثبت في مختبر. ما هو طول الأنبوب وفق ما يقيسه مراقب يتحرك مع الإلكترون؟

الحل :

$$E = E_o + E_k = 0.51 + 100 = 100.51\ MeV$$

$$E = mc^2 = Km_oc^2 = KE_o \quad \rightarrow \quad K = \frac{E}{E_o} = \frac{100.51}{0.51} = 197$$

$$L = \frac{L_o}{K} = \frac{4}{197} = 0.02\ m = 2\ cm$$

(١٢) أثبت أن مشتقة الطاقة الكلية بالنسبة للزخم تساوي السرعة النسبية $(dE/dp = u)$.

الحل :

$$E^2 = p^2c^2 + m_o^2c^4$$

بأخذ مشتقة طرفي المعادلة:

$$2EdE = 2c^2pdp + 0 \quad \rightarrow \quad 2E\frac{dE}{dp} = 2c^2p \quad \rightarrow \quad \frac{dE}{dp} = \frac{c^2p}{E}$$

$$E = mc^2 \quad and \quad p = mu \quad , \quad \frac{dE}{dp} = \frac{c^2mu}{mc^2} = u$$

(١٣) احسب فرق الجهد المطلوب لتعجيل إلكترون من السكون إلى سرعة $0.6c$.

الحل :
$$K = \frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-0.6^2}} = 1.25$$

الطاقة المكتسبة بواسطة الإلكترون:

$$E_k = E - E_o = mc^2 - m_oc^2 = Km_oc^2 - m_oc^2 = (K-1)m_oc^2$$
$$= (1.25-1) \times 0.51\ MeV = 0.1275\ MeV$$

وبما أن $1eV$ يمثل الطاقة المكتسبة عندما يتعجل إلكترون من السكون خلال فرق جهد مقداره فولت واحد، فلهذا يكون فرق الجهد المطلوب في السؤال هو $0.1275\ MV$ أو $127.5\ kV$.

(١٤) احسب سرعة الإلكترون المنبعث من الكاثود إلى الأنود عند فرق جهد $120\ kV$.

الحل :
$$E_k = qV = (1.6\times10^{-19}\ C)(120000V) = 1.92\times10^{-14}J$$
$$= (1.92\times10^{-14}J)\left(\frac{1\ eV}{1.602\times10^{-19}\ J}\right) = 1.2\times10^5 eV = 0.12\ MeV$$
$$E = E_o + E_k = m_oc^2 + E_k = 0.511\ MeV + 0.12\ MeV = 0.631\ MeV$$
$$mc^2 = \frac{m_oc^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}} \quad \rightarrow \quad 0.631\ MeV = \frac{0.511\ MeV}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$
$$1-u^2/c^2 = \left(\frac{0.511\ MeV}{0.631\ MeV}\right)^2 = 0.656 \quad \rightarrow \quad u^2/c^2 = 1-0.656 = 0.344$$
$$u^2 = 0.344c^2 \quad \rightarrow \quad u = 0.58c$$

(١٥) يبلغ متوسط عمر الميونات عند السكون$(2.2\times10^{-6}s)$. أما متوسط عمرها المقاس في المختبر فيبلغ $(6.6\times10^{-6}s)$. جد: (أ) كتلتها النسبية عند هذه السرعة في المختبر إذا علمت أن كتلتها السكونية تبلغ $207m_e$، (ب) طاقتها الحركية بوحدة eV، (ج) زخمها.

الحل: (أ)
$$m = Km_o$$
$$\Delta t' = K\Delta t \quad \rightarrow \quad K = \frac{\Delta t'}{\Delta t} = \frac{6.6\times10^{-6}s}{2.2\times10^{-6}s} = 3$$
$$m = 3\times207m_e = 621m_e$$

(ب)
$$E_k = Km_oc^2 - m_oc^2 = (K-1)m_oc^2 = (3-1)\left(207\times0.511\frac{MeV}{c^2}\right)c^2$$
$$= 211.5\ MeV$$

(ج)
$$\text{Total energy } E = mc^2 = 621m_ec^2 = 621\times0.511\frac{MeV}{c^2}c^2 = 317.3\ MeV$$
$$E^2 = p^2c^2 + m_o^2c^4$$
$$E^2 = (317.3\ MeV)^2 = p^2c^2 + \left(207\times0.511\frac{MeV}{c^2}\right)^2 c^4 = p^2c^2 + (105.7\ MeV)^2$$

$$p^2c^2 = (317.3\ MeV)^2 - (105.7\ MeV)^2 = 89506.8\ (MeV)^2$$
$$P = 299\ MeV/c$$

(١٦) (أ) كم تنقص كتلة جزيئة ماء عن مجموع كتل ذرتي هيدروجين وذرة أوكسجين؟ علماً أن طاقة الترابط للماء هي حوالي $3\ eV$. (ب) جد نسبة نقصان الكتلة لكل غرام من الماء المتشكل. (ج) جد الطاقة الكلية المتحررة عندما يتشكل غرام واحد من الماء.

الحل : (أ)
$$\Delta m = (m_H + m_H + m_O) - M_{H_2O} = \frac{E_B}{c^2} = \frac{3\ eV}{c^2}$$
$$= \frac{(3\ eV)(1.6 \times 10^{-19}\ J/eV)}{(3 \times 10^8 m/s)^2} = 5.3 \times 10^{-36}\ kg$$

(ب) لإيجاد النقص الجزئي للكتلة لكل جزيئة نقسم Δm على كتلة جزيئة الماء،

$M_{H_2O} = 18\ \mathrm{u} = 3 \times 10^{-26}\ kg,$ where u is atomic mass unit $= 1.6605 \times 10^{-26}\ kg$

$$\frac{\Delta m}{M_{H_2O}} = \frac{5.3 \times 10^{-36}\ kg}{3 \times 10^{-26}\ kg} = 1.8 \times 10^{-10}$$

سيتم فقدان $1.8 \times 10^{-10} g$ من الكتلة لكل غرام من الماء المتشكل، لأن نسبة نقص الكتلة لكل جزيئة هو نفس نسبة النقص لكل غرام من الماء المتشكل.

(ج) إن الطاقة المتحررة عندما يتشكل غرام واحد من الماء هي مقدار التغيير في الكتلة مضروباً بـ c^2:

$$E = \Delta mc^2 = (1.8 \times 10^{-13}\ kg)(3 \times 10^8 m/s)^2 = 16200\ J = 16.2\ kJ$$

(١٧) تبلغ الطاقة الكلية لبروتون ثلاث مرات بقدر طاقته السكونية.

(أ) جد طاقة البروتون السكونية بوحدة إلكترون- فولت.

الحل :
$$\text{Rest energy} = m_pc^2$$
$$= (1.67 \times 10^{-27} kg)(3 \times 10^8 m/s)^2 = 1.5 \times 10^{-10} J$$
$$= (1.5 \times 10^{-10} J)\left(\frac{1\ eV}{1.6 \times 10^{-19}\ J}\right) = 938\ MeV$$

(ب) بأي سرعة سيتحرك البروتون؟

الحل: بسبب أن الطاقة الكلية لهذا البروتون تعادل طاقته السكونية ثلاث مرات فإنه: $E = 3m_pc^2$

$$E = Km_pc^2 \quad \rightarrow \quad K = 3 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = 3$$

$$1 - \frac{u^2}{c^2} = \frac{1}{9} \quad or \quad \frac{u^2}{c^2} = \frac{8}{9} \quad \rightarrow \quad u = \frac{\sqrt{8}}{3}c = 0.943c = 2.83 \times 10^8 m/s$$

(ج) احسب الطاقة الحركية للبروتون بوحدة إلكترون- فولت.

الحل :

$$E_k = E - m_pc^2 = 3m_pc^2 - m_pc^2 = 2m_pc^2$$

Because $m_pc^2 = 938\ MeV$, $\therefore E_k = 2 \times 938\ MeV = 1876\ MeV = 1.876\ GeV$

(د) احسب زخم البروتون؟

الحل: يمكن استخدام المعادلة 1.39 لحساب الزخم مع $(E = 3m_pc^2)$:

$$E^2 = \left(3m_pc^2\right)^2 = p^2c^2 + m_p^2c^4$$

$$p^2c^2 = 9\left(m_pc^2\right)^2 - \left(m_pc^2\right)^2 = 8\left(m_pc^2\right)^2$$

$$Pc = \sqrt{8}\, m_pc^2$$

$$p = \sqrt{8}\ \frac{m_pc^2}{c} = \sqrt{8}\frac{938\ MeV}{c} = 2653\ MeV/c = 2.653\ GeV/c$$

(١٨) لو تم إرسال مسبار كوكبي فائق السرعة كتلته خمسون طناً نحو بلوتو بسرعة $(u = 0.8c)$، فما هو زخمه المقاس من قبل وحدة مراقبة البعثة على الأرض؟ ولو تم تخفيض سرعة المسبار إلى $0.4c$ لغرض التمهيد للهبوط على بلوتو، فإلى أي مدى سيتغير زخمه؟

الحل: بافتراض أن المسبار يسير بخط مستقيم نحو بلوتو، فإن زخمه على امتداد هذا الاتجاه يُعطى بالعلاقة:

$$p = mu = \frac{m_o u}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = \frac{(50000\ kg)(0.8)(3 \times 10^8\ m/s)}{\sqrt{1 - (0.8\ c)^2/c^2}} = 2 \times 10^{13}\ kg.m/s$$

وحينما قلّت سرعة المسبار انخفض الزخم وفق العلاقة:

$$\frac{p_{0.4c}}{p_{0.8c}} = \frac{m(0.4c)/\sqrt{1 - (0.4)^2}}{m(0.8c)/\sqrt{1 - (0.8)^2}} = \frac{(1)\sqrt{1 - (0.8)^2}}{(2)\sqrt{1 - (0.4)^2}} = 0.327$$

وسيكون الزخم المنخفض $p_{0.4c}$ حينئذ:

$$p_{0.4c} = 0.327 p_{0.8c} = (0.327)(2 \times 10^{13}\ kg.m/s) = 6.54 \times 10^{12}\ kg.m/s$$

(١٩) قيست الطاقة الكلية لإلكترون مُنتَج في تفاعل نووي معين فكانت $2.4\ MeV$. جد زخم وسرعة الإلكترون في محور إسناد المختبر.

الكتلة السكونية للإلكترون: $9.11 \times 10^{-31} kg$ وطاقته السكونية: $0.511\ MeV$

الحل :

$$E^2 = p^2c^2 + m_o^2c^4$$

$$pc = \sqrt{E^2 - (m_oc^2)^2} = \sqrt{(2.4\ MeV)^2 - (0.511\ MeV)^2} = 2.34\ MeV$$

$$p = 2.34\frac{MeV}{c} = 2.34 \times \frac{1.6 \times 10^{-13} J}{3 \times 10^8\ m/s} = 1.25 \times 10^{-21} kg.m/s$$

ويمكن استخراج سرعة الجسيم بقسمة المعادلة $(p = Km_o u)$ على المعادلة $(E = Km_o c^2)$ فينتج:

$$\frac{p}{E} = \frac{u}{c^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{u}{c} = \frac{pc}{E} = \frac{2.34\ MeV}{2.4\ MeV} = 0.975 \quad \Rightarrow \quad u = 0.975c$$

(٢٠) إلكترون كتلته $0.511\ MeV/c^2$ وفوتون كتلته صفر، وكان لكل منهما زخم مقداره $2\ MeV/c$. جد الطاقة الكلية لكل منهما.

الحل: تُحسب طاقة الإلكترون الكلية من المعادلة 1.39 كما يلي:

$$E = \sqrt{p^2c^2 + m_e^2c^4} = \sqrt{(2\ MeV/c)^2c^2 + (0.511\ MeV/c^2)^2c^4}$$
$$= \sqrt{(2\ MeV)^2 + (0.511\ MeV)^2} = 2.064\ MeV$$

وتُحسب طاقة الفوتون الكلية من المعادلة 1.40 كما يلي:

$$E = pc = (2\ MeV/c)c = 2\ MeV$$

(٢١) تصل طاقة الشمس إلى الأرض بمعدل يقارب $1.4\ kW$ لكل متر مربع من سطح عمودي على اتجاه الشمس. ما مقدار نقصان كتلة الشمس في الثانية الواحدة بسبب فقدان الطاقة هذا؟ مع العلم أن معدل نصف قطر مدار الأرض حول الشمس هو $(1.5 \times 10^{11} m)$.

الحل: المساحة السطحية لكرة نصف قطرها r هي: $(A = 4\pi r^2)$. والقدرة الكلية التي تشعّها الشمس، والتي تساوي القدرة التي تتلقاها كرة نصف قطرها بقدر نصف قطر مدار الأرض حول الشمس، ستساوي:

$$P = \frac{P}{A}A = \frac{P}{A}(4\pi r^2) = (1.4 \times 10^3 W/m^2)(4\pi)(1.5 \times 10^{11} m)^2 = 3.96 \times 10^{26} W$$

ولهذا فإن الشمس تفقد $3.96 \times 10^{26} J$ من طاقتها السكونية في كل ثانية، وهذا يعني أن كتلة السكون للشمس تقل بالمقدار التالي في كل ثانية:

$$m = \frac{E_o}{c^2} = \frac{3.96 \times 10^{26} J}{(3 \times 10^8\ m/s)^2} = 4.4 \times 10^9\ kg$$

وبما أن كتلة الشمس تبلغ $(2 \times 10^{30}\ kg)$ فلا تنفد كتلة الشمس لمليارات السنين وفق هذا المعدل.

(٢٢) انشطر جسم ساكن إلى شظيتين كتلة كل منهما $0.1\ kg$، وانطلقتا بعيداً بسرعة $0.6\ c$ لكل منهما بالنسبة للجسم الأصلي. جد كتلة الجسم الأصلي.

الحل: يجب أن تساوي الطاقة السكونية للجسم الأصلي مجموع طاقتي الشظيتين. ولهذا:

$$E_o = m_o c^2 = Km_1c^2 + Km_2c^2 = \frac{m_1c^2}{\sqrt{1 - u_1^2/c^2}} + \frac{m_2c^2}{\sqrt{1 - u_2^2/c^2}}$$

حيث m_o: كتلة الجسم الأصلي و E_o: طاقته السكونية و m_1: كتلة الشظية الأولى و m_2: كتلة الشظية الثانية.

$$m_o = \frac{E_o}{c^2} = \frac{m_1}{\sqrt{1 - u_1^2/c^2}} + \frac{m_2}{\sqrt{1 - u_2^2/c^2}} = \frac{0.1\ kg}{\sqrt{1 - (0.6)^2}} + \frac{0.1\ kg}{\sqrt{1 - (0.6)^2}} = 0.25\ kg$$

(٢٣) جسيم غير مستقر في حالة سكون ينشطر تلقائياً إلى شظيتين مختلفتي الكتلة، تبلغ كتلة أولاهما $(2.5 \times 10^{-28}\ kg)$ والثانية $(1.67 \times 10^{-27}\ kg)$. وكانت سرعة الشظية الأخف $0.893c$ بعد الانشطار فما هي سرعة الشظية الأثقل؟

الحل: يجب أن يكون الزخم النسبي للشظايا محفوظاً. ولكي يكون فرق الزخم الكلي صفراً قبل وبعد التشظي يجب أن يكون: $p_1 = p_2$ (حيث p_1: زخم الشظية الأخف و p_2: زخم الشظية الأثقل)،

$$K_1 m_1 u_1 = K_2 m_2 u_2$$

$$K_1 m_1 u_1 = \frac{2.5 \times 10^{-28}\ kg}{\sqrt{1 - (0.893)^2}} \times (0.893c) = (4.96 \times 10^{-28}\ kg)c$$

$$K_2 m_2 u_2 = \frac{(1.67 \times 10^{-27}\ kg)}{\sqrt{1 - (u_2/c)^2}} u_2 = (4.96 \times 10^{-28}\ kg)c$$

$$1 - \left(\frac{u_2}{c}\right)^2 = \left(\frac{1.67 \times 10^{-27}\ u_2}{4.96 \times 10^{-28}\ c}\right)^2 = 11.33 \left(\frac{u_2}{c}\right)^2$$

$$1 = 12.33 \left(\frac{u_2}{c}\right)^2 \quad \rightarrow \quad u_2 = 0.285c$$

الفصل الثاني

الإشعاع الكهرومغناطيسي

The Electromagnetic Radiation

٢-١: طبيعة الضوء والاشعاع الكهرومغناطيسي

2-1: The Nature of Light and Electromagnetic Radiation

كانت طبيعة شعاع الضوء مثار جدل بين علماء الفيزياء، فقد اعتقد نيوتن أن الضوء عبارة عن كُرَيّات جسيمية corpuscles ، بينما اعتقد هويكنز Huygens أن الضوء ذو طبيعة موجية wave nature، وكان لكل من هاتين الفكرتين مؤيدوها. وفي عام 1803 وبعده قدّم يونگ Young وفرينل Fresnel وأراگو Arago في تجاربهم براهين توضح أن الأشعة الضوئية تتعرض للحيود وتتداخل بعضها مع البعض الآخر مثل الموجات الصوتية. وكان يُعتقد وفق النظرية الجسيمية أن سرعة الضوء في وسط كثيف تكون أكبر، بينما يُعتقد وفق النظرية الموجية أنه يسير أبطأ، إلى أن جاء منتصف القرن الثامن عشر حيث أثبت كل من فوكو Foucault وفيزو Fizeau أن سرعة الضوء في وسط كثيف (كالماء) كانت أبطأ مما في الفراغ مما عزز النظرية الموجية التي أصبحت النظرية الوحيدة التي استطاعت بنجاح شرح كل الظواهر البصرية optical phenomena المعروفة آنذاك للضوء. وبالرغم من أن النظرية الموجية للضوء قد تم تعريفها حينئذ لكن طبيعة الموجات بقيت لغزاً. وقد اعتُقِد أولاً أن هذه الموجات كانت مشابهة للموجات المستعرضة في الوسط الصلب المرن، حيث اعتُبِر أن الأثير يمتلك بعض صفات الوسط الصلب المرن، وكان يُعتقد أن الأثير هو الوسط تام المرونة الذي يُفترض أن ينتقل الضوء خلاله ويملأ الكون. كما إن ماكسويل قد بين في عمله حول الكهربائية والمغناطيسية عام 1864 أنه يجب أن ينتشر اضطراب يحوي مجالات مستعرضة كهربائية ومغناطيسية خلال الأثير بسرعة الضوء مما زوّد النظرية الموجية بالأساس الرياضي الدقيق. ثم استطاع هيرتز Hertz عام 1887 توليد موجات كهرومغناطيسية بواسطة تيار متذبذب مما أثبت صحة نظرية ماكسويل.

وقد يظن البعض أنه بحلول عام 1900 أصبحت طبيعة الضوء مفهومة بشكل كبير، ولكن قد برزت صعوبات جدّية مع خصائص الأثير الذي افتُرض أن الموجات تنتشر خلاله. وقد حلّت النظرية النسبية الخاصة لآينشتاين عام 1905 هذه الصعوبات بتبيان أن الأثير ليس ضرورياً لانتشار الموجات الكهرومغناطيسية.

وبالرغم من نجاح النظرية الكهرومغناطيسية بقيت عدة ظواهر لا يمكن تفسيرها بهذه النظرية، ومن بينها الانبعاث والامتصاص في الأطياف الذرية، والإشعاع الحراري أو إشعاع الجسم الأسود، والظاهرة الكهروضوئية. وقد أدّى تفسير هذه الظواهر إلى تطوير النظرية الكمية للإشعاع، والتي تُعتبر من أهم إنجازات فيزياء القرن العشرين فيما يتعلق بفهمنا للطبيعة. وأصل هذه النظرية يعود لما قدمه بلانك Planck عام 1900 من تفسير لتوزيع الطاقة في إشعاع الجسم الأسود، فقد افترض أن الإشعاع الكهرومغناطيسي عند تفاعله مع المادة يتصرف كما لو أنه متكون من جسيمات طاقة، ويدعى كل من هذه الجسيمات بكَمِّ الطاقة quantum، وقد سُميت بالفوتونات photons . ويمتلك الفوتون طاقة تتناسب مع تردد الإشعاع f بحيث:

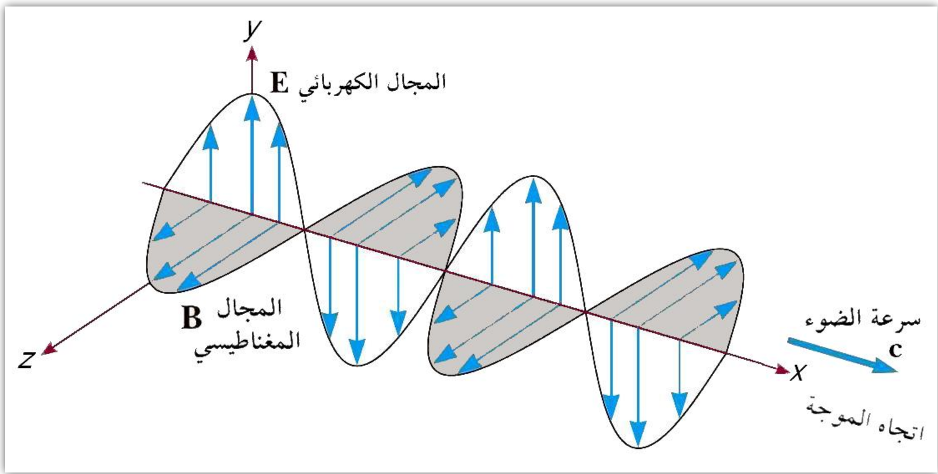
$$E = hf \qquad \ldots\ldots 2.1$$

و h هو ثابت التناسب والذي يُعرف الآن بثابت بلانك.

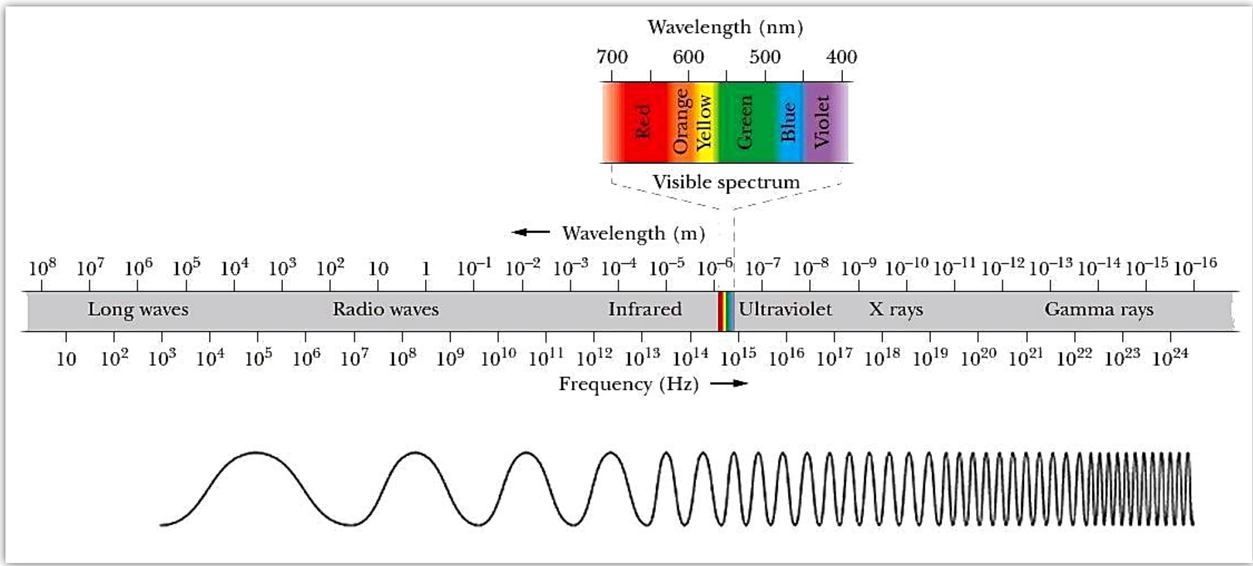
إن أكبر دعم لهذه النظرية جاء من قبل آينشتاين عام 1905 بتفسيره للظاهرة الكهروضوئية، وأعقب هذا نظرية ذرة الهيدروجين لبور Bohr عام 1913، والذي نجح في تفسير أصل الأطياف الخطية للهيدروجين. وكل هذا مع ظواهر أخرى أدّى إلى إثبات أن الإشعاع الكهرومغناطيسي يمتلك طبيعة مزدوجة من الموجات المستعرضة والجسيمات. حيث أن بعض النتائج التجريبية لظواهر مثل إشعاع الجسم الأسود والكهروضوئية وكومبتن وغيرها لا يمكن تفسيرها بصورة مقنعة إلا وفق افتراض أن الإشعاع الكهرومغناطيسي مكون من جسيمات. ومن جانب آخر فإن النتائج الخاصة بالتداخل والحيود لا يمكن تفسيرها إلا بافتراض الطبيعة الموجية للإشعاع الكهرومغناطيسي. ويمكن تلخيص الحالة العامة لطبيعة الإشعاع بأن السلوك الجسيمي يبرز خلال تفاعل الإشعاع مع المادة بينما يسود السلوك الموجي أثناء انتشار الإشعاع. ومن الملاحظ أن الموجة الكهرومغناطيسية تسلك أحد هذين السلوكين فقط في أي تجربة ولا تسلك السلوكين معاً في نفس الوقت.

إن موجات الضوء وباقي الإشعاع الكهرومغناطيسي هي ذات مجال كهربائي مهتز يتعامد مع مجال مغناطيسي مهتز ويتفق معه في الطور، وكلا المجالَين متعامد مع اتجاه الانتشار كما في الشكل ٢-١. كما إن الضوء لا يختلف عن باقي الموجات الكهرومغناطيسية من حيث الطبيعة الأساسية، فموجات الراديو والرادار والضوء وفوق البنفسجية والسينية وكاما تختلف فيما بينها في التردد والطول الموجي فقط، ولكنها من نفس النوع، فهي جميعاً موجات كهرومغناطيسية تنتقل في الفراغ بنفس السرعة (سرعة الضوء c) وتنطبق نظرية ماكسويل عليها. وما عدا اختلافها بالتردد والطول الموجي فإن القياسات التي تصح لنوع واحد منها يجب أن تكون صحيحة لباقي الأنواع. ويعتمد العديد من ميزات تفاعلها مع المادة على تردداتها وبالتالي على طاقاتها. وتشكل موجات الضوء -وهي الموجات التي تستجيب لها العين البشرية- حيزاً

صغيراً من الترددات، حيث تنحصر ما بين التردد $4.3 \times 10^{14} Hz$ تقريباً للضوء الأحمر (حوالي $700nm$) والتردد $7.5 \times 10^{14} Hz$ تقريباً للضوء البنفسجي ($400nm$). ويبين الشكل ٢-٢ الطيف الكهرومغناطيسي.



الشكل ٢-١: المجالان الكهربائي والمغناطيسي في موجة كهرومغناطيسية.



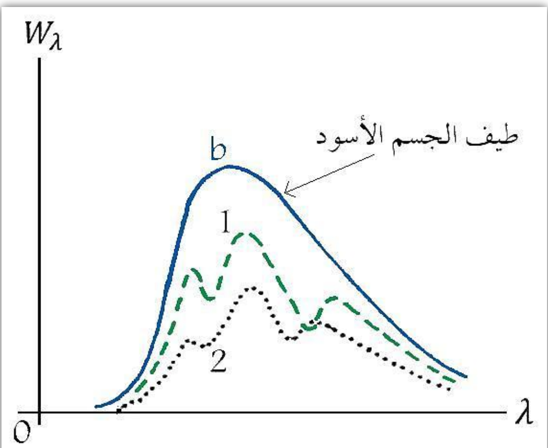
الشكل ٢-٢: طيف الإشعاع الكهرومغناطيسي.

٢-٢: الإشعاع الحراري 2-2: Thermal Radiation

تشع كل الأجسام - في أي درجة حرارة كانت - طاقةً باستمرار على شكل إشعاع حراري من سطوحها متمثلة بموجات كهرومغناطيسية تنتجها الاهتزازات الحرارية للجزيئات. وتعتمد كمية وصفات هذا الإشعاع على عاملين هما: (أ) درجة حرارة الجسم و (ب) طبيعة وخصائص سطح الجسم. وبالإضافة إلى بعث الإشعاع فإن الجسم سيمتص أيضاً الإشعاع الساقط عليه، ويكون السطح الصقيل ضعيف الإشعاع

والامتصاص، بينما يكون السطح الخشن أو الأسود باعثاً وماصاً جيداً للإشعاع. كما إن الإشعاع الحراري لا يتطلب وسطاً كي ينتقل بل يمكنه الانتقال عبر الفراغ كما تفعل أشعة الشمس.

ويتألف الإشعاع المنبعث من توزيع متصل للأطوال الموجية من مختلف أجزاء الطيف الكهرومغناطيسي. وإذا كان الجسم في درجة حرارة الغرفة فإن الأطوال الموجية للإشعاع الحراري تقع بصورة أساسية في منطقة الأشعة تحت الحمراء، وبالتالي لن تراها العين البشرية. وإذا ازدادت درجة حرارة السطح فسوف يتوهج بلون أحمر. وعند درجات حرارة عالية بما فيه الكفاية يظهر الجسم متوهجاً باللون الأبيض كما في المصابيح المتوهجة. ولفهم الموضوع أكثر يُمرَّر إشعاع جسم ساخن خلال أجهزة مفرقة مثل المطياف ذي الموشور أو المحزز. وعند قياس طاقة الإشعاع المنبعث لسلسلة من الترددات ورسم منحنى بياني بين الإنباعثية أحادية اللون monochromatic emittance W_λ وطول موجة الإشعاع نحصل على المنحنى المتقطع رقم 1 في الشكل ٢-٣، وعند إعادة التجربة على جسم آخر من مادة مختلفة بنفس درجة الحرارة نحصل على المنحنى المنقط رقم 2. وتُعرف الإنباعثية أحادية اللون بأنها كمية الطاقة المُشَعة في وحدة الزمن من وحدة مساحة السطح الباعث ضمن مدى الطول الموجي $d\lambda$. ويتضح من الشكل أن كفاءة إشعاع الجسم الأول أعلى من كفاءة الثاني ولمدى كبير من الطول الموجي. وعند دراسة عدد كبير ومختلف من المواد بنفس درجة الحرارة نحصل على عدد كبير من المنحنيات ليس لأي منها تلك الإنباعثية التي يمثلها المنحنى المتصل b، والذي يمثل طيف الجسم الأسود.



الشكل ٢-٣: الإنبعاثية أحادية اللون لأجسام مختلفة بثبوت درجة الحرارة.

٢-٣: انبعاث وامتصاص الإشعاع   2-3: Emission and Absorption of Radiation

تمتلك كل الأجسام القابلية على بعث وامتصاص الطاقة الإشعاعية. ويكون لدرجة حرارة الجسم والمحيط دور أساسي في تحديد نسب الإنبعاث والإمتصاص، وكما يلي:

١- إذا كان الجسم أسخن من المحيط فإن معدل فقدانه للطاقة بالإشعاع يكون أكبر من معدل امتصاصه لها، وبالتالي سيبرد الجسم بسبب فقدان الطاقة.

٢- إن كان الجسم أبرد من المحيط فإن معدل امتصاصه للطاقة الإشعاعية سيكون أكبر من معدل إشعاعه لها، وسترتفع درجة حرارته لأنه يمتص الطاقة من المحيط.

٣- إذا كان الجسم والمحيط بنفس درجة الحرارة فإن معدل الإشعاع والانبعاث سيساوي معدل الامتصاص، ولا توجد زيادة أو نقصان صافيين في الطاقة، ولا يحدث تغيير في درجة الحرارة.

ويتضح من الشكل ٢-٣ أن الانبعاثية W_λ لسطح محدد تختلف باختلاف الطول الموجي، كما يتضح أيضاً من الشرح السابق أنها تكون أكبر عند درجة حرارة أعلى. ولفهم الموضوع بصورة أكبر نفترض سقوط حزمة إشعاع أحادي اللون على عدد من الأجسام المعتمة (غير الشفافة) وهي في حالة توازن حراري مع المحيط، وهذه الأجسام لا تسمح للإشعاع بإختراقها، ولكنها تمتص قسماً منه وتعكس القسم الآخر. ويمكن تعريف معامل الامتصاص a بأنه النسبة بين شدة الاشعاع الممتص من قبل الجسم إلى شدة الإشعاع الساقط عليه، ويُعرف معامل الانعكاس r بأنه النسبة بين شدة الإشعاع المنعكس عن السطح إلى شدة الإشعاع الساقط عليه، وكما يلي:

$$\text{معامل الامتصاص } a = \frac{\text{شدة الاشعاع الممتص}}{\text{شدة الاشعاع الساقط}} \quad ، \quad \text{معامل الانعكاس } r = \frac{\text{شدة الاشعاع المنعكس}}{\text{شدة الاشعاع الساقط}}$$

وتكون العلاقة بين معاملي الامتصاص والانعكاس وفق الصيغة التالية:

$$a + r = 1 \qquad \ldots\ldots 2.2$$

وفي حالة وجود عدة أجسام معتمة تكون الصيغة بالشكل:

$$a_1 + r_1 = 1 \quad , \quad a_2 + r_2 = 1 \quad , \quad \ldots\ldots$$

وسيكون لكل منها انبعاثية خاصة بها: $W_1, W_2, \ldots$.

وعندما تصل الأجسام لنفس درجة الحرارة (أي يتحقق شرط التوازن الحراري بينها) ستنتج العلاقة التالية:

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{a_1}{a_2} \quad , \quad or \quad \frac{W_1}{a_1} = \frac{W_2}{a_2} \quad , etc \qquad \ldots\ldots 2.3$$

وقد لاحظنا أن الجسم إذا كان مشعاً جيداً (أي قيمة W عالية) فإنه يكون ماصاً جيداً للإشعاع (أي قيمة a عالية)، والعكس صحيح أيضاً. ولو توصلنا إلى صنع جسم يكون امتصاصه متكاملاً فإنه بالضرورة سيكون إشعاعه متكاملاً أيضاً.

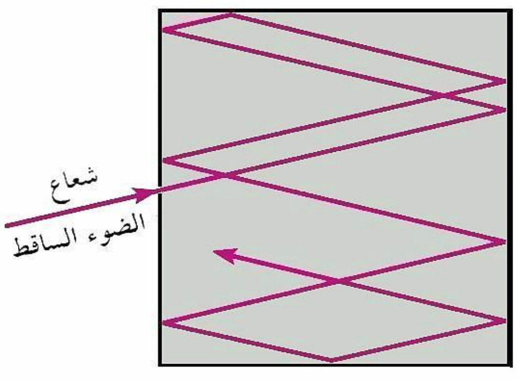
٢-٤: إشعاع الجسم الاسود — 2-4: Blackbody Radiation

يعرف الجسم الأسود بأنه النظام المثالي الذي يمتص كل الإشعاع الكهرومغناطيسي الساقط عليه ولا يعكس شيئاً منه، ولهذا يظهر باللون الأسود. ويسمى الإشعاع الكهرومغناطيسي المنبعث من الجسم الأسود إشعاع الجسم الأسود. ويكون معامل الامتصاص حينئذ مساوياً لـ 1 ومعامل الانعكاس يساوي صفراً. لذا تصبح المعادلة 2.3 بالشكل التالي:

$$\frac{W_1}{a_1} = \frac{W_2}{a_2} = \frac{W_b}{1} = W_b \qquad \ldots\ldots 2.4$$

وتدعى هذه العلاقة بقانون كيرشوف Kirchhoff للإشعاع، والذي ينص على أن النسبة بين القدرة الإشعاعية المنبعثة والقدرة الإشعاعية الممتصة تكون كمية ثابتة لجميع السطوح التي تكون بنفس درجة الحرارة، وتساوي إنبعاثية الجسم الأسود بنفس درجة الحرارة.

وكتقريب جيد للجسم الأسود يُستخدم جسم مجوف يوجد في جداره ثقب صغير كما هو مبين في الشكل ٢-٤. وأي إشعاع يسقط على الثقب من الخارج يدخل إلى الحُجرة وينعكس عدة مرات إلى أن يُمتص من قبل الجدران الداخلية، ويعتبر الثقب هنا ماصاً مثالياً. وتعتمد طبيعة الإشعاع الذي يخرج من الحجرة من خلال الثقب على درجة حرارة جدران الحجرة وليس على المواد التي صُنعت منها الجدران بسبب الانعكاسات الكثيرة (اللا نهائية) التي تحدث للإشعاع داخله مما يؤدي إلى الامتصاص التام للإشعاع الداخل بغض النظر عن طبيعة جدران الجسم الأسود. وعند إهمال تأثير المادة المكونة للحجرة (أو الجسم الأسود) يبقى المتغير المهم هو درجة الحرارة فقط.



الشكل ٢-٤: ثقب في جدار جسم مجوف

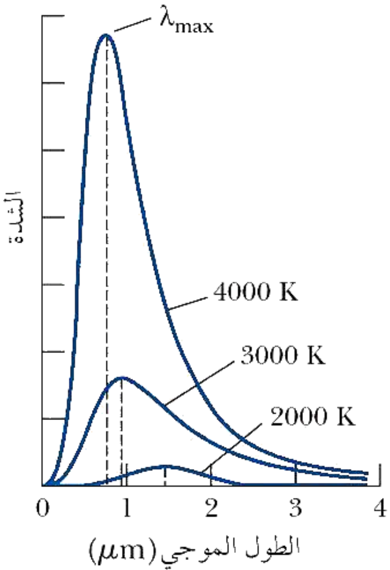
إن الجسم الأسود عندما يكون ساخناً يشع أكثر مما هو عليه عندما يكون بارداً، فعندما تكون الحجرة المجوفة باردة يبدو الثقب أكثر ظلاماً من أي جزء ويظهر بلون أسود، ولكن عند تسخين الحجرة تسخيناً كافياً فإن الثقب يبدو أكثر إضاءة من باقي الحجرة. وهذا يعني أن الجسم الأسود يكون ماصاً مثالياً للإشعاع عندما تكون درجة حرارته أقل من درجة حرارة المحيط، ويكون باعثاً مثالياً عندما تكون درجة حرارته أعلى من درجة حرارة المحيط.

٢-٥: طيف إشعاع الجسم الاسود 2-5: Blackbody Radiation Spectrum

ينشأ الإشعاع الحراري - من وجهة نظر الفيزياء التقليدية- من جسيمات مشحونة معجلة في الذرات الواقعة بالقرب من سطح الجسم، وتلك الجسيمات المشحونة تبعث الإشعاع مثل ما تفعل الهوائيات الصغيرة. ويمكن أن يكون للجسيمات المتهيجة حرارياً توزيع للطاقات يمثل طيفاً مستمراً للإشعاع المنبعث من الجسم. ومع نهاية القرن التاسع عشر أصبح من الواضح أن النظرية التقليدية للإشعاع الحراري غير كافية. وكانت المشكلة الأساسية في فهم التوزيع الملحوظ للأطوال الموجية في الإشعاع المنبعث من الجسم الأسود. ويبين الشكل ٢-٥ كيف تتفاوت شدة إشعاع الجسم الأسود مع درجة الحرارة والطول

الموجي، ويُلاحظ أن ذروة طيف الجسم الأسود الساخن تحدث عند تردد أعلى من ذروة طيف الجسم الأسود البارد.

وتتناسب الطاقة المشَعة في وحدة الزمن لوحدة المساحة من الجسم المشعِ مع المساحة تحت المنحنى. وقد وجد ستيفان تجريبياً أن هذه المساحة تتناسب طردياً مع القوة الرابعة لدرجة الحرارة المطلقة للجسم الأسود المشع، أي إن القدرة الكلية للإشعاع المنبعث تزداد بزيادة درجة الحرارة، وتمت صياغة ما يُعرف بقانون ستيفان أو ستيفان- بولتزمان Stefan-Boltzmann



الشكل ٢-٥: علاقة شدة إشعاع الجسم الأسود مع الطول الموجي لثلاث درجات حرارية

$$P = \sigma A \mathcal{E} T^4 \qquad \ldots\ldots 2.5$$

حيث P : القدرة بالواط المشَعة عند كل الأطوال الموجية من سطح الجسم،

و σ : ثابت ستيفان- بولتزمان = $5.67 \times 10^{-8}\ W/(m^2.K^4)$ ،

و A : مساحة سطح الجسم بوحدة المتر المربع،

و $\mathcal{E}$: إنبعاثية السطح، وهي نسبة الإشعاع الحراري لسطح الجسم إلى إشعاع السطح الأسود المثالي عند نفس درجة الحرارة، وتتراوح قيمتها بين 0 و 1 حيث تساوي 1 للجسم الأسود.

و T : درجة حرارة السطح بوحدة كلفن K.

ويمكن أيضاً التعبير عن هذا القانون للجسم الأسود بالصيغة:

$$R = \sigma T^4 \qquad \ldots\ldots 2.6$$

حيث R: نسبة القدرة المُشَعة بواسطة جسم أسود إلى وحدة المساحة عند الدرجة T.

وجد ڤين Wien أنه عند تغيير درجة حرارة أي جسم أسود فإن المنحنى يحتفظ بشكله العام، ولكن نهايته العظمى تزاح نحو أطوال موجية أقصر مع زيادة درجة الحرارة كما في الشكل ٢-٥، وهذا يعني أن شدة الإشعاع I تكون بأعلى قيمة عند طول موجي معين λ_{max} لدرجة حرارة محدَّدة للإشعاع، وتزاح λ_{max} نحو قيم أدنى بزيادة درجة حرارة الإشعاع. أي إن λ_{max} تتناسب عكسياً مع درجة الحرارة. وهذا السلوك يوصف بالعلاقة التالية التي تُدعى بقانون إزاحة ڤين Wien's displacement law :

$$\lambda_{max}\, T = 2.898 \times 10^{-3}\ m.K \qquad \ldots\ldots 2.7$$

$$\text{or} \quad \lambda_{max_1} T_1 = \lambda_{max_2} T_2 = \lambda_{max_3} T_3 = \text{constant} = 2.898 \times 10^{-3}\ m.K$$

حيث T : درجة الحرارة المطلقة لسطح الجسم الباعث للإشعاع.

ويمكن استخدام هذه المعادلة لحساب درجة حرارة الجسم الأسود طيفياً بواسطة قياس الطول الموجي λ_{max} عند أعلى شدة للإشعاع. وهذه الطريقة استُخدمت على نطاق واسع لحساب درجات حرارة النجوم. ومما يلاحظ من الشكل ٢-٥ أن المساحة تحت المنحنى (والتي تتناسب طردياً مع الإنبعاثية) تزداد بزيادة درجة الحرارة مما يؤكد صحة قانون ستيفان- بولتزمان.

إن قانون فين منسجم مع تصرف الجسم الذي يكون بدرجة حرارة الغرفة، فهو لا يتوهج بسبب أن ذروة المنحنى λ_{max} تكون في منطقة الأشعة تحت الحمراء للطيف الكهرومغناطيسي، وعند درجة حرارة أعلى يتوهج بلون أحمر لأن الذروة تكون في منطقة قرب المنطقة تحت الحمراء مع إشعاع عند منطقة اللون الأحمر نهاية الطيف المرئي، وعند درجات حرارية أعلى يتوهج الجسم بلون أبيض لأن الذروة تكون ضمن الطيف المرئي بحيث تنبعث جميع الألوان.

٢-٦: صيغة ريلي - جينز 2-6: Rayleigh–Jeans Formula

إن النظرية الناجحة لإشعاع الجسم الأسود يجب أن تتوقع شكل المنحنيات في الشكل ٢-٥، وكذلك صيغة درجة الحرارة T^4 المذكورة في قانون ستيفان وأيضاً زحزحة الذروة عند تغير درجة الحرارة التي وصفها قانون إزاحة ڤين. وقد فشلت المحاولات المبكرة لاستخدام الأفكار التقليدية لشرح أشكال المنحنيات المذكورة. ولدراسة إحدى هذه المحاولات سنُعَرِّف الكمية $I(\lambda,T)d\lambda$ على أنها الشدة خلال مدى الطول الموجي $d\lambda$ أو القدرة لوحدة المساحة المنبعثة خلال مدى الطول الموجي $d\lambda$، أي:

$$I(\lambda,T)=\frac{\text{الشدة}}{\text{وحدة الطول الموجي}}=\frac{\text{القدرة}}{(\text{وحدة الطول الموجي})(\text{وحدة المساحة للباعث})}$$

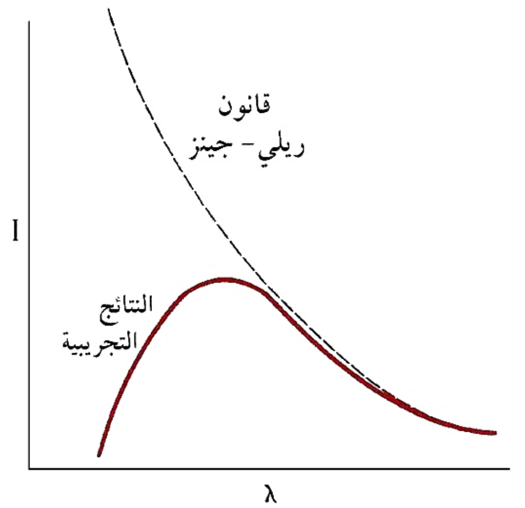
وقد استندت نتيجة الحسابات على نظرية تقليدية لإشعاع الجسم الأسود تُدعى صيغة ريلي- جينز التي تتخذ الشكل:

$$I(\lambda,T)=\frac{2\pi c k_B T}{\lambda^4} \qquad \dots\dots 2.8$$

حيث k_B : ثابت بولتزمان، وقيمته $(k_B=1.38\times10^{-23}J/K)$. وكما مرّ فإنه تم تمثيل الجسم الأسود كما في الشكل ٢-٤ على أنه الثقب المؤدي إلى جسم مجوف يدخل الإشعاع من خلاله إلى الحجرة، ويتفاعل هذا الإشعاع مع إلكترونات وذرات وجزيئات مواد الجدران مما يؤدي إلى اهتزاز الإلكترونات. وبالتالي فإن الشعاع الداخل سينعكس ذهاباً وإياباً عن الجدران الداخلية ويُنتِج أنماط تذبذب في المجال الكهرومغناطيسي بسبب الشحنات المعجلة في جدران الحجرة، وستنبعث موجات

كهرومغناطيسية بمختلف الأطوال الموجية وتتولد موجات واقفة[1] standing wave لكل تردد. وسيخرج جزء صغير من هذا الإشعاع من الثقب ليتم تحليل طيفه. ولما كانت المنظومة في حالة توازن حراري فالإشعاع الممتص من الجدران الداخلية للحجرة يجب أن يساوي الإشعاع الذي تبعثه المتذبذبات الذرية على جدران التجويف. وقد فُرض وفق النظرية التقليدية المستخدمة في اشتقاق المعادلة 2.8 أن معدل الطاقة لكل طول موجة من أنماط الموجات الواقفة يتناسب مع $k_B T$.

ويُبين الشكل ٢-٦ مخططاً تجريبياً لطيف إشعاع الجسم الأسود والتوقع النظري لصيغة ريلي- جينز التي تبدو في اتفاق معقول مع البيانات التجريبية عند الأطوال الموجية الطويلة، ولكن الخلاف يبدو واضحاً في الموجات القصيرة، فعندما تقترب λ من الصفر فإن الشدة $I(\lambda,T)$ المعطاة بالمعادلة 2.8 تقترب من اللانهاية. وبالتالي فإنه وفق النظرية التقليدية (التي قامت على أسسها حسابات ريلي- جينز) يجب أن تصبح الطاقة المنبعثة من أي جسم أسود لا نهائية عند الأطوال الموجية القصيرة، وهذا غير مقبول. وعلى النقيض من هذا التنبؤ، تُظهر البيانات التجريبية التي تم رسمها في الشكل ٢-٦ أنه عند اقتراب λ من الصفر فإن $I(\lambda,T)$ تقترب أيضاً من الصفر. وهذا يمثل فشلاً ذريعاً لصيغة ريلي – جينز.



الشكل ٢-٦: النتائج التجريبية ومنحنى صيغة ريلي- جينز لتوزيع إشعاع الجسم الأسود.

٢-٧: قانون بلانك للإشعاع — 2-7: Planck's Law of Radiation

في عام 1900، طوّر ماكس بلانك نظرية لإشعاع الجسم الأسود تؤدي إلى معادلة للشدة $I(\lambda,T)$ تكون متفقة مع النتائج التجريبية في جميع الأطوال الموجية. وقدّم افتراضات كما يلي:

١- إن إشعاع تجويف الحجرة جاء من تذبذبات ذرية في الجدران الداخلية.

٢- لا تأخذ طاقة المتذبذب أي قيمة كانت من الصفر إلى ما لا نهاية، بل تأخذ قيماً منفصلة محدَّدة فقط، وهي مضاعفات لقيمة صغيرة جداً مقدارها hf:

$$E_n = nhf \qquad \dots\dots 2.9$$

---

[1] الموجة الواقفة: هي الموجة التي تكون إحدى نقاطها ذات موضع ثابت غير متحرك، وتكون سعة هذه الموجة عند باقي النقاط متغيرة مع الوقت، ولكن طورها يبقى ثابتاً.

حيث n: عدد كمي quantum number موجب صحيح، و f: تردد المتذبذب، و h: هو ثابت اقترحه بلانك يُعرف الآن بثابت بلانك، ومقداره $(6.626 \times 10^{-34} J.s)$. وبالتالي تكون قيم طاقة المتذبذب غير متصلة أي مكممة quantized بخلاف ما كان شائعاً في ذلك الوقت، وكل قيمة طاقة منفصلة تكون متطابقة مع حالة كمية مختلفة مُمثَلة بالعدد الكمي n. وعندما يكون المتذبذب في الحالة الكمية $(n = 1)$ تكون طاقته hf، وعندما يكون في الحالة الكمية $(n = 2)$ تكون طاقته هي $2hf$. وهكذا.

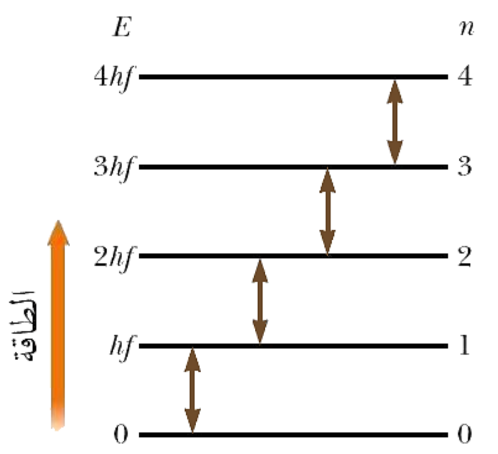
٣- تبعث المتذبذبات أو تمتص الطاقة عند إجراء انتقال من حالة كمية إلى أخرى. ويُبعث أو يُمتص فرق الطاقة بكامله ككم واحد من الإشعاع بين الحالتين الابتدائية والنهائية خلال الانتقال. وإذا كان الانتقال من حالة ما إلى حالة مجاورة أدنى، مثلاً من الحالة $(n = 3)$ إلى الحالة $(n = 2)$، فإن المعادلة 2.9 تبين أن كمية الطاقة المنبعثة من المتذبذب والتي تُحمل من قبل كم الإشعاع هي:

$$E = hf \qquad \dots\dots 2.10$$

ووفق الفقرة ٣ أعلاه، يبعث المتذبذب أو يمتص الطاقة عندما تتغير حالاته الكمية فقط. وإذا بقي في حالة كمية واحدة فلا يتم امتصاص الطاقة ولا انبعاثها. ويوضح الشكل ٢-٧ مستويات الطاقة المكممة والانتقالات المسموح بها التي اقترحها بلانك. وقد توصل بلانك لصيغة نظرية لتوزيع الطول الموجي متفقة بشكل جيد مع المنحنيات التجريبية في الشكل ٢-٥ وتصح لكل الأطوال الموجية:

$$I(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5\left(e^{(hc/\lambda k_B T)} - 1\right)} \qquad \dots\dots 2.11$$

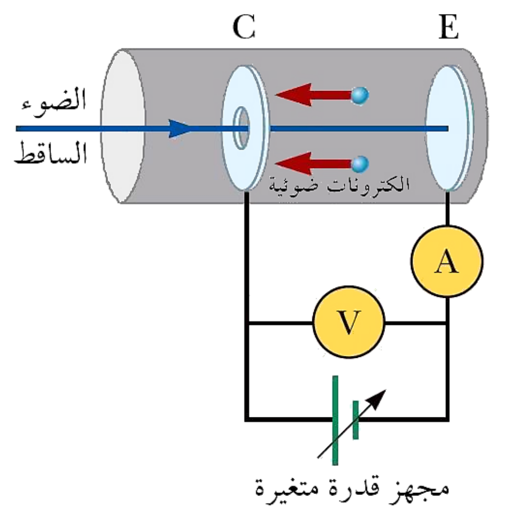
ومن الطريف أنه عندما قدم بلانك نظريته، فإن معظم العلماء (بما في ذلك بلانك نفسه) لم يعتبروا مفهوم الكم كمفهوم واقعي، بل كانوا يعتقدون أنه كان خدعة رياضية حدثت للتنبؤ بالنتائج الصحيحة. وبالتالي، واصل بلانك وآخرون البحث عن تفسير أكثر واقعية لإشعاع الجسم الأسود. ومع ذلك فإن التطورات اللاحقة أظهرت أن النظرية المستندة على مفهوم الكم (بدلاً من المفاهيم التقليدية) كان لا بد من استخدامها ليس لتفسير إشعاع الجسم الأسود فحسب ولكن أيضاً لتفسير عدد من الظواهر الأخرى على المستوى الذري.



الشكل ٢-٧: مستويات الطاقة المسموحة لمتذبذب بتردد f

٢-٨: الظاهرة الكهروضوئية 2-8: Photoelectric Effect

كان إشعاع الجسم الأسود أول ظاهرة شُرحت وفق النموذج الكمي. وفي أواخر القرن التاسع عشر ظهر من بعض التجارب أن الضوء الساقط بتردد عالٍ بما يكفي على سطوح معدنية محدَّدة يسبب انبعاث إلكترونات منها. وتُعرف هذه الظاهرة بالتأثير الكهروضوئي، وتُدعى الإلكترونات المنبعثة بالإلكترونات الضوئية. ويمثل الشكل ٢-٨ مخطط جهاز لدراسة التأثير الكهروضوئي، وفيه أنبوب مفرَّغ من الهواء مصنوع من الزجاج أو الكوارتز يحوي صفيحة معدنية نظيفة E (تمثل القطب الباعث) متصلة بالطرف السالب للبطارية، ويحتوي أيضاً على صفيحة معدنية أخرى C (تمثل القطب الجامع) متصلة بالطرف الموجب للبطارية. وعندما يوضع الأنبوب في الظلام يقرأ الأميتر صفراً مما يدل على عدم وجود تيار في الدائرة الكهربائية. وعندما تضاء الصفيحة E بضوء ذي تردد مناسب فإن تياراً يسري في الدائرة ويقرأه الأميتر، مما يدل على تدفق الشحنات عبر الفجوة بين الصفيحتين E و C . وهذا التيار ينشأ بسبب الإلكترونات الضوئية المنبعثة من الصفيحة E والمتجمعة على الصفيحة C.

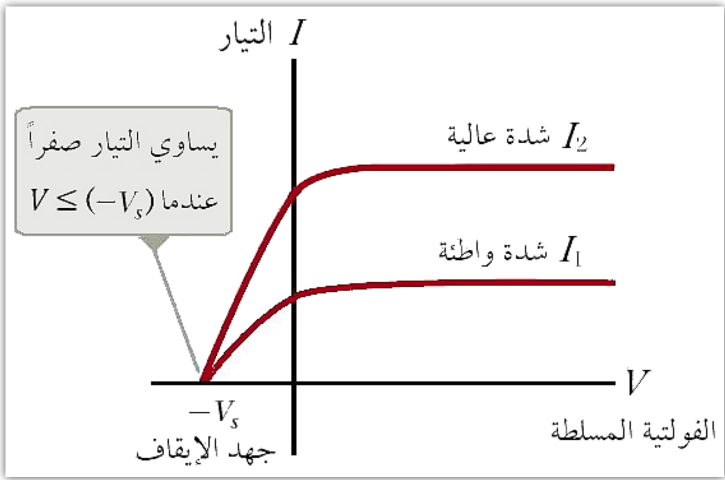


الشكل ٢-٨
مخطط جهاز لدراسة التأثير الكهروضوئي

ويبين الشكل ٢-٩ مخططاً للتيار الكهروضوئي I مقابل فرق الجهد V المسلط بين الصفيحتين E و C لشِدّتي ضوء مختلفتين. حيث عند زيادة شدة الضوء من I_1 إلى I_2 يزداد التيار الكهروضوئي بنفس النسبة لكل قيم V، لأن زيادة الشدة تعني زيادة عدد الفوتونات الساقطة على القطب الباعث E مما يزيد من احتمالية التصادم بين الفوتونات والإلكترونات، وبالتالي سيزداد إنبعاث الإلكترونات، أي يزداد التيار. لكن هذه الزيادة في التيار لا تستمر، بل يصل التيار لقيمة قصوى لا يزداد بعدها لكل قيم V المتزايدة، وتتجمع جميع الإلكترونات المنبعثة من القطب الباعث عند القطب الجامع.

وعندما تكون V سالبة، أي عندما يتم عكس البطارية في الدائرة لجعل الصفيحة E موجبة والصفيحة C سالبة، فإن التيار سينخفض بشكل حاد ويصل إلى الصفر عند الجهد V_s، لأن العديد من الإلكترونات الضوئية المنبعثة من الصفيحة E بعد سقوط الإشعاع عليها سيتم صدّها من قبل الصفيحة C السالبة حالياً. وفي هذه الحالة فإن تلك الإلكترونات الضوئية التي تمتلك طاقة حركية أكبر من $e|V|$ ستصل هي فقط إلى الصفيحة C، حيث e: قيمة شحنة الإلكترون. وعندما يكون فرق الجهد V مساوياً لـ

$(-V_s)$ أو أكثر سلبية منه فإن الإلكترونات الضوئية لا تصل إلى الصفيحة C ويكـون التيـار صـفراً. ويُـدعى V_s جهد الإيقاف stopping potential للتردد المُعَين.



الشـكل ٢-٩: اخـتلاف التيـار الكهروضـوئي والجهد المسلط بين شدتي ضوء مختلفتين.

ويُلاحظ من الشكل ٢-٩ أن جهد الإيقاف لا يعتمد على شدة الإشعاع لأنه بـالرغم مـن تغيير شـدة الضوء الساقط بقيت قيمة V_s نفسها، لأن زيادة الشدة تعني زيادة عدد الفوتونات الساقطة بينما تبقـى الطاقـة ثابتة. كما إن الطاقة الحركية للإلكترونات المنبعثة من السطح لا تتجاوز قيمة قصوى معينـة $E_{k_{max}}$ يمكـن حسابها من المعادلة:

$$E_{k_{max}} = eV_s = \frac{1}{2}mv_{max}^2 \qquad \dots\dots 2.12$$

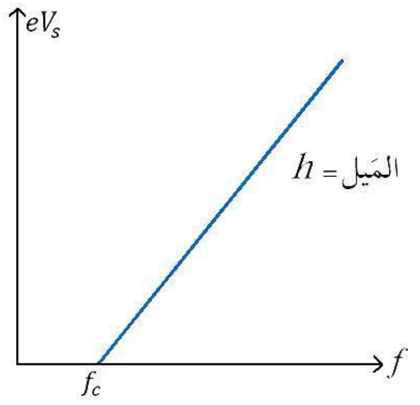
أما الإلكترونات التي تترك السطح الباعث بطاقات حركية أقـل مـن الطاقـة القصـوى فتتوقـف بتـأثير فـروق جهـد أقـل مـن V_s. وهـذا يفسـر تنـاقص التيـار عنـدما يصـبح فـرق الجهـد بـين الصـفيحتين سـالباً. ولأن $(E_{k_{max}} = eV_s)$ فإن $E_{k_{max}}$ للإلكترونات الضوئية لا تعتمـد علـى شـدة الضـوء أيضـاً لكـلا المنحنيـين الّذَين يهبطان إلى الصفر عند نفس الجهد السلبي كما في الشكل ٢-٩.

وقد درس ميليكان سـنة 1916 اعتمـاد جهـد الإيقـاف علـى تـردد الضـوء بتجـارب يمكـن تمثيـل نتائجها بالشكل ٢-١٠، حيث رُسمت eV_s أو $E_{k_{max}}$ مقابل تردد الضوء الساقط على السـطح. والنـاتج هـو خط مستقيم يُعطى بالعلاقة:

$$E_{k_{max}} = eV_s = h(f - f_c) = hf - hf_c \qquad \dots\dots 2.13$$

حيث h: ميل الخط المائل وهو ثابت بلانك، و f_c: أقل تردد يمكن أن يسبب انبعاث إلكتـرون مـن السـطح، ويُعـرف بتـردد العتبـة threshold frequency أو تـردد القطع cutoff frequency ويعتمـد علـى طبيعـة السطح.

وعند إعادة التجربة لترددات مختلفة للضوء الساقط وُجد بأن جهد الإيقاف V_s يزداد خطياً مع التردد f . أي عند تسليط ضوء بتردد أكبر - بغض النظر عن شدته- سوف تزداد سلبية جهد الإيقاف، وعند استخدام ترددات أقل من تردد القطع سوف لا تحدث الظاهرة الكهروضوئية ولا تنبعث إلكترونات ضوئية من المعدن مهما كانت قيمة شدة الضوء الساقط، ويكون جهد الإيقاف في هذه الحالة صفراً. ولكن عند زيادة التردد لقيم أكبر من f_c سيزداد جهد الإيقاف خطياً مع التردد. ويعتبر تردد القطع من خصائص المادة الباعثة للإلكترونات، ويُسمى الطول الموجي المقابل له بطول موجة القطع λ_c .



الشكل ٢-١٠: العلاقة بين جهد الإيقاف وتردد الإشعاع الساقط

٢-٩: تفسير آينشتاين للظاهرة الكهروضوئية

2-9: Einstein's Interpretation of Photoelectric Effect

لا يمكن تفسير الاعتماد المباشر لطاقة الإلكترونات الضوئية على تردد الضوء الساقط من خلال النظرية الموجية الكهرومغناطيسية للضوء، لأنه وفق هذه النظرية التقليدية يجب أن تكون هناك علاقة بين شدة الضوء الساقط وطاقة الإلكترونات الضوئية. ولتفسير الظاهرة الكهروضوئية استخدم آينشتاين مفهوم "كم الطاقة" أو "الفوتون" الذي قدمه بلانك لتفسير توزيع الطاقة خلال الأطوال الموجية المختلفة في إشعاع الجسم الأسود. وكان تفسير آينشتاين هو أن طاقة الفوتون hf تُعطى بأكملها إلى أحد إلكترونات المعدن. وعندما يتحرر إلكترون من سطح المعدن فإنه يمتلك طاقة حركية مقدارها:

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = hf - W = E - W \qquad \dots\dots 2.14$$

حيث W: الشغل اللازم لتحرير إلكترون من المعدن. وستكون المعادلة 2.13 مماثلة للمعادلة 2.14 للإلكترونات التي تتحرر بطاقات حركية قصوى. ولا تحتاج جميع الإلكترونات لنفس الطاقة كي تترك سطح المعدن، فلو كانت W_o تمثل قيمة أقل طاقة يحتاجها الإلكترون لكي يتحرر من المعدن، والتي تُسمى دالة الشغل work function، فالطاقة الحركية العظمى للإلكترون المنبعث هي:

$$E_{k_{max}} = E - W_o = hf - W_o \qquad \dots\dots 2.15$$

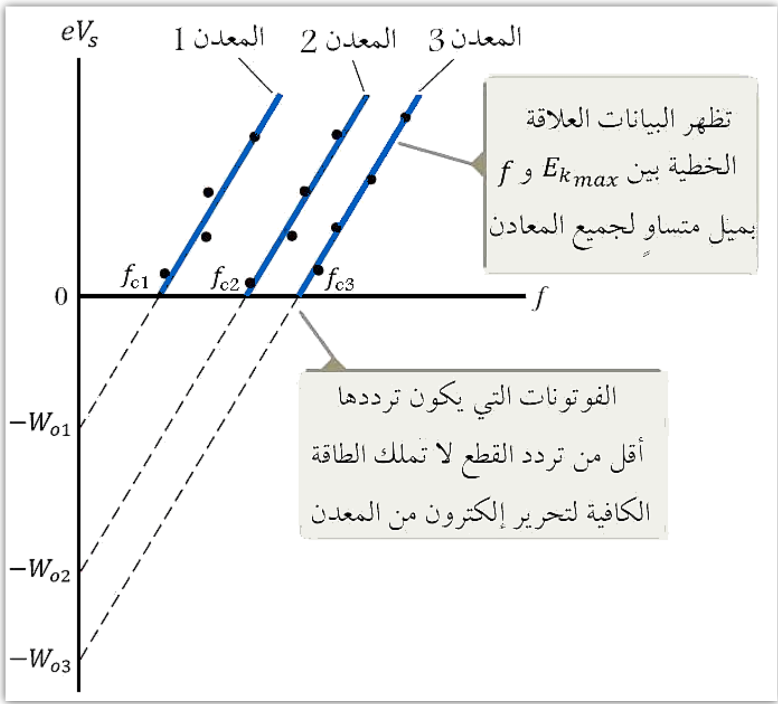
وتُسمى هذه المعادلة بالمعادلة الكهروضوئية لآينشتاين Einstein's photoelectric equation. وقد تم التحقق من هذه العلاقة الخطية بالتجربة بعد عدة سنوات من هذه النظرية ورُسمت في الشكل ٢-١١ الذي

يمثل ميل الخطوط فيه ثابت بلانك h. وتَقطع هذه الخطوط المحور الأفقي بنقاط تمثل جهد القطع الذي لا تنبعث الإلكترونات الضوئية أسفل منه في الرسم. وبطرح المعادلة 2.13 من المعادلة 2.15 ينتج:

$$0 = hf_c - W_o \quad \rightarrow \quad hf_c = W_o \qquad \ldots\ldots 2.16$$

وعليه يمكن حساب دالة الشغل من معرفة تردد القطع للمعدن، ومنه يُستنتج طول موجة القطع λ_c:

$$\lambda_c = \frac{c}{f_c} = \frac{c}{W_o/h} = \frac{hc}{W_o} \qquad \ldots\ldots 2.17$$



الشكل ٢-١١: مخطط يمثل تجارب إثبات علاقة آينشتاين بين جهد إيقاف الإلكترونات الضوئية وتردد الضوء الساقط على عدة معادن.

ومن الجدير بالذكر أن الظاهرة الكهروضوئية لا تقتصر على تأثير الضوء في السطوح المعدنية، فهي قد تحصل في الغازات والسوائل أيضاً. كما إنها ليست مقتصرة على الضوء فقط وإنما تشمل مدى واسعاً من الأمواج الكهرومغناطيسية ابتداءً بالقصيرة جداً: أشعة گاما والأشعة السينية وامتداداً إلى فوق البنفسجية والمرئية وتحت الحمراء.

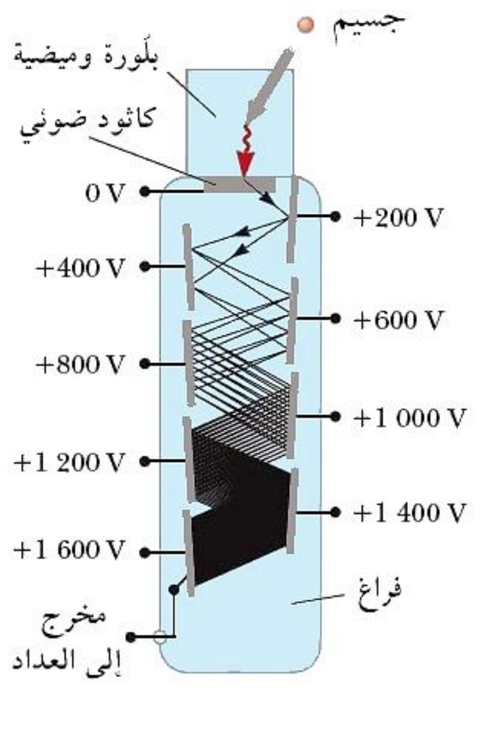
٢-١٠: تطبيقات الظاهرة الكهروضوئية 2-10: Applications of Photoelectric Effect

للظاهرة الكهروضوئية عدة تطبيقات عملية كان من أولها الكاشف في مقياس ضوء الكاميرا the detector in a camera's light meter، حيث ينعكس الضوء من الجسم المراد تصويره ليضرب سطحاً كهروضوئياً في المقياس مما يؤدي إلى أن تنبعث من السطح إلكترونات ضوئية تمر بعد ذلك عبر مقياس للتيار الكهربائي.

وكان من التطبيقات المبكرة أيضاً الأنبوب الضوئي the phototube الذي يعمل كمفتاح في الدائرة الكهربائية ويُنتج تياراً في الدائرة عندما يسقط ضوء بترددٍ كافٍ على صفيحة معدنية في الأنبوب الضوئي، ولكنه لا يولد أي تيار في الظلام. وقد استُخدم في أجهزة التحذير من السرقة.

واليوم يتم استخدام التأثير الكهروضوئي في أنابيب المضاعف الضوئي the photomultiplier tubes. ويبين الشكل ٢-١٢ تركيب هكذا جهاز، حيث يدخل جسيم إلى البلورة الوميضية ويَنتج فوتون بسبب الاصطدام، ويسقط هذا الفوتون على كاثود ضوئي photocathode[1] ويحرر إلكتروناً بواسطة التأثير الكهروضوئي. وسوف يتعجل هذا الإلكترون بسبب فرق الجهد بين الكاثود الضوئي والداينود dynode[2] الأول الذي يزيد جهده بمقدار $200\ V$ عن جهد الكاثود الضوئي، ثم يضرب هذا الإلكترون عالي الطاقة الداينود ويحرر إلكترونات أكثر، والتي بدورها ستتعجل باتجاه قطب أعلى فولتية بـ $200\ V$ أيضاً. وتُكرَّر هذه العملية عبر سلسلة من الداينودات بفولتيات أعلى حتى تتولد نبضة إلكترونية مكونة من ملايين الإلكترونات تضرب الداينود الأخير. والنتيجة أن دخول فوتون واحد سيسبب انتاج ملايين الإلكترونات.

ويُستخدم أنبوب المضاعف الضوئي في أجهزة الكشف النووية للكشف عن الفوتونات الناتجة عن تفاعل الجسيمات المشحونة النشطة أو أشعة كاما مع معادن معينة. كما يُستخدم أيضاً في علم الفلك في تقنية تُسمى المضوائية الكهروضوئية photoelectric photometry يتم فيها السماح للضوء القادم من نجم منفرد والمتجمع على الأرض بواسطة مرقاب أن يسقط على أنبوب المضاعف الضوئي لمدة من الزمن. ويقيس الأنبوب إجمالي الطاقة المنقولة بواسطة الضوء خلال هذه الفترة الزمنية، ويمكن بعد ذلك تحويل الطاقة لغرض معرفة لمعان النجم.



الشكل ٢-١٢: أنبوب المضاعف الضوئي

---

[1] الكاثود الضوئي هو قطب كهربائي مشحون بشحنة سالبة في أجهزة الكشف الضوئي كالمضاعف الضوئي والأنبوب الضوئي، ويكون مغطى بطبقة حساسة للضوء.

[2] الداينود هو قطب كهربائي في أنبوب مفرغ يعمل كمضاعف إلكتروني من خلال الانبعاثات الثانوية.

أسئلـــة

١- ما هي طبيعة الضوء؟ وما هي الدقائق التي يتكون منها؟

٢- إذا كان الجسم وما يحيطه بنفس درجة الحرارة فهل هذا يعني أن الجسم قد توقف عن بعث وامتصاص الحرارة أم ماذا؟

٣- إذا كان الجسم يشع حرارة حتى في درجة حرارة الغرفة فلماذا لا نلاحظ تغير لونه حينئذ؟

٤- بيِّن بالرسم أن ذروة طيف الجسم الأسود الساخن تحدث عند طول موجة أصغر مما لذروة طيف الجسم الأسود البارد.

٥- بين بالرسم خطأ صيغة ريلي- جينز.

٦- ما هو الخطأ في حسابات ريلي- جينز؟

٧- ما هو الإشعاع الحراري؟

٨- ما هو قانون كيرشوف للإشعاع رياضياً وفيزيائياً؟

٩- على ماذا تعتمد كمية وصفات الإشعاع الحراري؟ وهل يمكن أن ينتقل في الفراغ؟

١٠- لماذا يكون لون الجسم الأسودِ أسودَ؟ وما هي قيمة معاملي الامتصاص والانعكاس له؟

١١- ما هي الإنبعاثية أحادية اللون؟ وما علاقتها بدرجة حرارة الجسم؟

١٢- ما هي العلاقة التي تربط بين معاملي الامتصاص والانعكاس؟ وما قيمة كل منهما للجسم الأسود؟

١٣- في الظاهرة الكهروضوئية، لماذا لا يعتمد جهد الإيقاف على شدة الإشعاع؟

١٤- في الظاهرة الكهروضوئية، لماذا يزداد التيار الكهروضوئي بزيادة شدة الضوء الساقط؟

١٥- هل يمكن تفسير الظاهرة الكهروضوئية وفق النظرية الموجية للضوء؟ ولماذا؟

١٦- في الشكل ٢-٩ يُلاحظ أن التيار يصل إلى ما يُسمى بتيار الإشباع. عرِّفه وعلِّل هذا الإشباع.

١٧- هل يقتصر حصول الظاهرة الكهروضوئية على تأثير الضوء في السطوح المعدنية أم يشمل السوائل والغازات؟ وهل يمكن أن تحدث إذا كان الشعاع الساقط غير الضوء من الإشعاع الكهرومغناطيسي؟

١٨- عندما يتم عكس قطبية البطارية في الظاهرة الكهروضوئية، لماذا ينخفض التيار بشكل حاد ويصل إلى الصفر عندما تصل الفولتية إلى ما يُعرف بجُهد الإيقاف؟

١٩- ما هي الإلكترونات الضوئية؟

٢٠- ما مدى صحة العبارة التالية: إذا بقي إلكترون في حالة كمية واحدة فلا يتم امتصاص الطاقة ولا انبعاثها من قبل الذرة؟

٢١- ما هي دالة الشغل؟ وما علاقتها رياضياً بتردد القطع؟

٢٢- وفق أي مبدأ يعمل أنبوب المضاعف الضوئي؟ وما النتيجة النهائية لدخول فوتون إلى الجهاز؟

٢٣- إذا سقط ضوء ذو شدة عالية في الظاهرة الكهروضوئية ولكن بتردد أقل من تردد العتبة فسوف:
(أ) لا تحدث الظاهرة الكهروضوئية ولا تنبعث إلكترونات ضوئية من المعدن، (ب) تحدث الظاهرة ولا تنبعث إلكترونات ضوئية، (ج) لا تحدث الظاهرة وتنبعث إلكترونات ضوئية، (د) تحدث الظاهرة وتنبعث إلكترونات ضوئية.

٢٤- العلاقة بين جهد الإيقاف وشدة الإشعاع الساقط في الظاهرة الكهروضوئية هي:
(أ) علاقة طردية خطية، (ب) علاقة طردية أسية، (ج) علاقة عكسية، (د) لا علاقة بينهما.

٢٥- أي إشعاع مما يلي له احتمالية أكبر بتسبيب حروق شمسية بسبب نقل طاقة أكثر لجزيئات منفردة في خلايا الجلد؟ وكيف؟ (أ) الأشعة تحت الحمراء (ب) الضوء المرئي (ج) الإشعاع فوق البنفسجي (د) الموجات المايكروية (هـ) كل الاختيارات السابقة لها احتمالية متساوية.

٢٦- هنالك بعض الظواهر لا يمكن تفسيرها إلا وفق الطبيعة الجسيمية للإشعاع الكهرومغناطيسي مثل .... و ....

مسائل محلولة

(١) جد ذروة الطول الموجي لإشعاع الجسم الأسود المنبعث من جسم الإنسان عندما تكون درجة حرارة الجلد $35°C$. ثم بيِّن لأي منطقة من الطيف ينتمي هذا الإشعاع.

الحل: يمكن إيجاد ذروة الطول الموجي من خلال قانون إزاحة ڤين ($\lambda_{max}\, T = 2.898 \times 10^{-3}\ m.K$):

$$\lambda_{max} = \frac{2.898 \times 10^{-3}\ m.K}{T} = \frac{2.898 \times 10^{-3}\ m.K}{308\ K} = 9.41 \times 10^{-6} m = 9.41 \mu m$$

يقع هذا الإشعاع في منطقة الأشعة تحت الحمراء من الطيف ويكون غير مرئي للعين البشرية.

(٢) يبلغ نصف قطر الشمس $696000\ km$ وإجمالي قدرتها المشَعة ($3.85 \times 10^{26} W$) .

(أ) بافتراض أن سطح الشمس يبعث الإشعاع كجسم أسود، احسب درجة حرارة سطحها.

(ب) جد ذروة الطول الموجي للشمس.

الحل: (أ) إذا كانت الشمس تبعث الإشعاع كجسم أسود فإن إنبعاثية السطح ($\mathcal{E} = 1$).

$$P = \sigma A \mathcal{E} T^4$$

$$T = \left(\frac{P}{\mathcal{E}\sigma A}\right)^{1/4} = \left[\frac{3.85 \times 10^{26} W}{1(5.67 \times 10^{-8}\ W/m^2 . K^4)[4\pi(6.96 \times 10^8 m)^2]}\right]^{1/4} = 5779\ K$$

(ب) من قانون إزاحة ڤين:

$$\lambda_{max} = \frac{2.898 \times 10^{-3}\ m.K}{T} = \frac{2.898 \times 10^{-3}\ m.K}{5779\ K} = 5.01 \times 10^{-7} m = 501\ nm$$

(٣) جسم أسود مساحته $20\ cm^2$ ودرجة حرارته $5000\ K$ ، (أ) كم يشع من القدرة؟ (ب) بأي طول موجي سيشع شدته العظمى؟ (ج) جد القدرة الطيفية لمدى الطول الموجي في الفرع "ب".

الحل: (أ) من قانون ستيفان:

$$P = \mathcal{E}\sigma A T^4$$

$$= 1(5.67 \times 10^{-8}\ W/m^2 . K^4)(20 \times 10^{-4} m^2)(5000\ K)^4 = 7.087 \times 10^4\ W$$

(ب) من قانون إزاحة ڤين:

$$\lambda_{max}\, T = \lambda_{max}\,(5000\ K) = 2.898 \times 10^{-3}\ m.K$$

$$\lambda_{max} = \frac{2.898 \times 10^{-3}\ m.K}{5000\ K} = 5.8 \times 10^{-7} m = 580\ nm$$

(ج) مرّ علينا في تعريف $I(\lambda, T)$ أنها القدرة لوحدة المساحة المنبعثة خلال مدى الطول الموجي. ولهذا فإن قانون بلانك يُكتب بالشكل التالي:

$$P(\lambda,T) = I(\lambda,T)A = \frac{2\pi hc^2 A}{\lambda^5(e^{(hc/\lambda k_B T)} - 1)}$$

$$2\pi hc^2 A = 2\pi(6.626 \times 10^{-34} J.s)(3 \times 10^8 m/s)^2(20 \times 10^{-4} m^2)$$
$$= 7.49 \times 10^{-19} J.m^4/s$$

$$\frac{hc}{\lambda k_B T} = \frac{(6.626 \times 10^{-34} J.s)(3 \times 10^8 m/s)}{(580 \times 10^{-9} m)(1.38 \times 10^{-23} J/K)(5000\ K)} = 4.967$$

$$P = \frac{7.49 \times 10^{-19} J.m^4/s}{(580 \times 10^{-9} m)^5(e^{4.967} - 1)} = 8 \times 10^{10}\ W/m$$

(٤) ضوء طول موجته $5893 Å$ يسقط على سطح من البوتاسيوم. فإذا علمت أن جهد الإيقاف للإلكترونات المنبعثة $(V_s = 0.36\ V)$ فاحسب:

(أ) الطاقة الحركية العظمى للإلكترونات الضوئية، (ب) دالة الشغل، (ج) تردد العتبة.

الحل : (أ) $E_{k_{max}} = eV_s = 0.36\ eV$

(ب) $E_{k_{max}} = hf - W_o \Rightarrow W_o = hf - E_{k_{max}} = h\frac{c}{\lambda} - E_{k_{max}}$

$$W_o = \frac{(6.626 \times 10^{-34} J.s)(3 \times 10^8 m/s)}{(5893 \times 10^{-10} m)(1.6 \times 10^{-19} J/eV)} - 0.36\ eV = 2.1\ eV - 0.36\ eV$$
$$= 1.74\ eV$$

(ج) $hf_c = W_o \Rightarrow f_c = \frac{W_o}{h} = \frac{1.74\ eV \times 1.6 \times 10^{-19} J/eV}{6.626 \times 10^{-34} J.s} = 4.2 \times 10^{14} Hz$

(٥) كم تبلغ النسبة المئوية في زيادة نسبة القدرة التي يشعها الجسم الأسود إذا تضاعفت درجة حرارته؟

الحل: باستخدام قانون بولتزمان للجسم الأسود، $R(T_1) = \sigma T^4$

وعند زيادة درجة الحرارة إلى الضعف،

$$R(T_2) = \sigma(2T)^4 = 16\ \sigma T^4$$

لذا فمقدار الزيادة يكون:

$$R(T_2) - R(T_1) = 16\ \sigma T^4 - \sigma T^4 = 15\ \sigma T^4$$

والنسبة المئوية لمقدار الزيادة تساوي:

$$\frac{R(T_2) - R(T_1)}{R(T_1)} \times 100\% = \frac{15\ \sigma T^4}{\sigma T^4} \times 100\% = 1500\%$$

أي إن القدرة قد تضاعفت خمس عشرة مرة عند مضاعفة درجة الحرارة مرة واحدة فقط.

(٦) سقط ضوء طول موجته $5000Å$ على مادة لها دالة شغل مقدارها $1.9\ eV$. جد الطاقة العظمى للإلكترونات الضوئية ثم جد جهد الإيقاف.

الحل :
$$E = hf = h\frac{c}{\lambda} = 6.626\times10^{-34}J.s\frac{3\times10^{8}m/s}{5000\times10^{-10}m} = 3.97\times10^{-19}J$$
$$= \frac{3.97\times10^{-19}J}{1.6\times10^{-19}J/eV} = 2.48\ eV$$
$$E_{k_{max}} = hf - W_o = 2.48 - 1.9 = 0.58\ eV$$
$$E_{k_{max}} = eV_s \quad \Rightarrow \quad V_s = \frac{E_{k_{max}}}{e} = \frac{0.58\ eV}{e} = 0.58\ V$$

(٧) إذا كان طول موجة القطع للانبعاث الكهروضوئي من أحد المعادن يساوي $6525Å$ فجد جهد الإيقاف عندما يضاء المعدن (أ) بضوء طول موجته $4000Å$، (ب) بضوء تردده ضعف تردد الضوء المذكور في الفرع "أ" وشدته ثلاثة أمثال، (ج) عند استخدام معدن آخر يمتلك ضعف دالة الشغل للمعدن الأول للحالتين "أ" و "ب".

الحل : (أ)
$$E_{k_{max}} = eV_s = hf - hf_c$$
$$hf_c = h\frac{c}{\lambda_c} = 6.626\times10^{-34}J.s\frac{3\times10^{8}m/s}{6525\times10^{-10}m} = 3.046\times10^{-19}J$$
$$hf = h\frac{c}{\lambda} = 6.626\times10^{-34}J.s\frac{3\times10^{8}m/s}{4000\times10^{-10}m} = 4.969\times10^{-19}J$$
$$E_{k_{max}} = 4.969\times10^{-19} - 3.046\times10^{-19} = 1.923\times10^{-19}J$$
$$= \frac{1.923\times10^{-19}J}{1.6\times10^{-19}J/eV} = 1.202\ eV = eV_s \quad \Rightarrow \quad V_s = 1.202\ V$$

(ب) لا يعتمد تردد القطع f_c على الشدة. وفي حالة إضاءة السطح بضوء تردده ضعف التردد المستخدم في الفرع "أ" سينتج:
$$E_{k_{max}} = h(2f) - hf_c = 2\times4.969\times10^{-19} - 3.046\times10^{-19} = 6.892\times10^{-19}J$$
$$= \frac{6.892\times10^{-19}J}{1.6\times10^{-19}J/eV} = 4.307\ eV = eV_s \quad \Rightarrow \quad V_s = 4.307\ V$$

(ج) عند استخدام معدن آخر يمتلك ضعف دالة الشغل، فسينتج للفرع "أ":
$$W_o = 2hf_c = 2\times3.046\times10^{-19}J = 6.092\times10^{-19}J$$
وهذه القيمة أكبر من قيمة طاقة الفوتون الساقط hf، أي: $(6.092\times10^{-19}J > 4.969\times10^{-19}J)$، ولهذا لا يوجد انبعاث كهروضوئي، أما في الفرع "ب" فتكون طاقة الفوتون الساقط:

$$2hf = 2 \times 4.969 \times 10^{-19}J = 9.938 \times 10^{-19}J$$

$$E_{k_{max}} = 9.938 \times 10^{-19} - 6.092 \times 10^{-19} = 3.846 \times 10^{-19}J$$

$$= \frac{3.846 \times 10^{-19}J}{1.6 \times 10^{-19}J/eV} = 2.403\ eV = eV_s \quad \Rightarrow \quad V_s = 2.403\ V$$

(٨) يمتلك عنصر المولبيدينوم Molybdenum دالة شغل مقدارها $4.2\ eV$.

(أ) جد طول موجة القطع وتردد القطع للتأثير الكهروضوئي.

(ب) ما مقدار جهد الإيقاف إذا كان للإشعاع الساقط طول موجي مقداره $180\ nm$؟

الحل: (أ) يُعطى طول موجة القطع بالمعادلة 2.17:

$$\lambda_c = \frac{hc}{W_o} = \frac{(6.626 \times 10^{-34}J.s)(3 \times 10^8 m/s)}{(4.2\ eV)(1.6 \times 10^{-19}J/eV)} = 296\ nm$$

ويقابله تردد قطع مقداره :

$$f_c = \frac{c}{\lambda_c} = \frac{3 \times 10^8 m/s}{296 \times 10^{-9}m} = 1.01 \times 10^{15}Hz$$

(ب) يمكن إيجاد جهد الإيقاف من المعادلتين 2.13 و 2.16:

$$eV_s = hf - W_o = h\frac{c}{\lambda} - W_o$$

$$V_s = \frac{hc}{e\lambda} - \frac{W_o}{e} = \frac{(6.626 \times 10^{-34}J.s)(3 \times 10^8 m/s)}{(1.6 \times 10^{-19}J/V)(180 \times 10^{-9}m)} - \frac{4.2\ eV}{e} = 2.7\ V$$

(٩) تمتلك عناصر الليثيوم والبريليوم والزئبق دوال شغل مقاديرها $2.3\ eV$ و $3.9\ eV$ و $4.5\ eV$ على التوالي. وقد سقط على كل منها ضوء طول موجته $400\ nm$.

(أ) أي من هذه المعادن سيُظهر تأثيراً كهروضوئياً حينئذ؟ ثم بيِّن السبب.

(ب) جد الطاقة الحركية العظمى للإلكترونات الضوئية لكل حالة.

الحل: (أ) طاقة الفوتون الساقط بطول موجي $400\ nm$ تساوي:

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{(6.626 \times 10^{-34}J.s)(3 \times 10^8 m/s)}{400 \times 10^{-9}m} = 4.969 \times 10^{-19}J$$

$$= 4.969 \times 10^{-19}J \times \frac{1eV}{1.6 \times 10^{-19}J} = 3.11\ eV$$

بمقارنة هذه الطاقة $3.11\ eV$ مع دوال الشغل للمعادن يتبين أن الليثيوم فقط سيُظهر تأثيراً كهروضوئياً لأن دالة الشغل له تقل عن طاقة الفوتون الساقط.

(ب) للِّيثيوم :

$$E_{k_{max}} = E - W_o = 3.11\ eV - 2.3\ eV = 0.81\ eV$$

أما باقي المعادن فلم تُظهر تأثيراً كهروضوئياً، ولهذا فلا توجد إلكترونات ضوئية كي نحسب طاقتها الحركية العظمى.

(١٠) حُرِّرت إلكترونات من سطح معدن بسرعات تصل إلى $(4.6 \times 10^5\ m/s)$ عند استخدام ضوء بطول موجة $625\ nm$. (أ) جد دالة الشغل للسطح. (ب) جد تردد القطع لهذا السطح.

الحل: الطاقة الحركية العظمى للإلكترون تُحسب من المعادلة 2.12:

$$E_{k_{max}} = \frac{1}{2} m v_{max}^2 = \frac{1}{2}(9.11 \times 10^{-31}\ kg)(4.6 \times 10^5\ m/s)^2$$
$$= 9.64 \times 10^{-20} J = 0.602\ eV$$

(أ) دالة الشغل:

$$E_{k_{max}} = E - W_o \quad \Rightarrow \quad W_o = E - E_{k_{max}} = hf - E_{k_{max}} = \frac{hc}{\lambda} - E_{k_{max}}$$

$$W_o = \frac{(6.626 \times 10^{-34} J.s)(3 \times 10^8 m/s)}{(625 \times 10^{-9} m)} - 9.64 \times 10^{-20} J$$
$$= 3.18 \times 10^{-19} J - 9.64 \times 10^{-20} J = 2.22 \times 10^{-19} J$$
$$= 2.22 \times 10^{-19} J \times \frac{1 eV}{1.6 \times 10^{-19} J} = 1.38\ eV$$

(ب) عند تردد القطع ستساوي طاقة الفوتونات دالة الشغل:

$$hf_c = W_o \quad \Rightarrow \quad f_c = \frac{W_o}{h} = \frac{2.22 \times 10^{-19} J}{6.626 \times 10^{-34} J.s} = 3.35 \times 10^{14}\ Hz$$

(١١) سقط إشعاع فوق بنفسجي بطول موجي $150\ nm$ على سطح نظيف من عينة من البلاتين، والذي له دالة شغل تساوي $6.35\ eV$. (أ) ما هي طاقة فوتون الإشعاع الساقط؟ (ب) كيف تعرف أن هذه الفوتونات ستحرر إلكترونات من البلاتين؟ (ج) ما هي الطاقة الحركية القصوى للإلكترونات الضوئية المتحررة؟ (د) ما هو جهد الإيقاف المطلوب لإيقاف تيار الإلكترونات الضوئية؟

الحل: (أ) طاقة الفوتون الساقط تساوي:

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{(6.626 \times 10^{-34} J.s)(3 \times 10^8 m/s)}{150 \times 10^{-9} m} = 1.32 \times 10^{-18} J = 8.28\ eV$$

(ب) هذه الفوتونات ستحرر إلكترونات لأن طاقة الفوتون $8.28\ eV$ أكبر من دالة الشغل $6.35\ eV$.

(ج) $$E_{k_{max}} = E - W_o = 8.28\ eV - 6.35\ eV = 1.93\ eV$$

(د) $$E_{k_{max}} = eV_s \quad \Rightarrow \quad V_s = \frac{E_{k_{max}}}{e} = \frac{1.93\ eV}{e} = 1.93\ V$$

(١٢) لجهاز إرسال راديو FM قدرة خارجة تبلغ $150\ kW$ ، ويعمل على تردد قدره $99.7\ MHz$.

احسب عدد الفوتونات التي سيبعثها جهاز الإرسال في الثانية الواحدة ؟

الحل: كل فوتون يمتلك طاقة مقدارها:

$$E = hf = (6.626 \times 10^{-34} J.s)(99.7 \times 10^{6}/s) = 6.61 \times 10^{-26} J$$

وهذا يعني أن عدد الفوتونات في الثانية سيكون:

$$\frac{150 \times 10^{3} J/s}{6.61 \times 10^{-26} J} = 2.27 \times 10^{30}\ photons/s$$

(١٣) (أ) احسب الطاقة بوحدة eV لفوتون تردده (١) $620\ THz$، (٢) $3.1\ GHz$، (٣) $46\ MHz$.

(ب) احسب الأطوال الموجية المرافقة لهذه الترددات.

(ج) صنِّف هذه الأطوال والترددات ضمن الطيف الكهرومغناطيسي.

الحل: (أ) الطاقة،

$$E = hf = (6.626 \times 10^{-34} J.s)(620 \times 10^{12} s^{-1})\left(\frac{1\ eV}{1.6 \times 10^{-19} J}\right) = 2.57\ eV \qquad (١)$$

$$E = hf = (6.626 \times 10^{-34} J.s)(3.1 \times 10^{9} s^{-1})\left(\frac{1\ eV}{1.6 \times 10^{-19} J}\right) = 1.28 \times 10^{-5}\ eV \qquad (٢)$$

$$E = hf = (6.626 \times 10^{-34} J.s)(46 \times 10^{6} s^{-1})\left(\frac{1\ eV}{1.6 \times 10^{-19} J}\right) = 1.9 \times 10^{-7}\ eV \qquad (٣)$$

(ب) الأطوال الموجية،

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^{8} m/s}{620 \times 10^{12} s^{-1}} = 4.84 \times 10^{-7} m = 484\ nm \qquad (١)$$

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^{8} m/s}{3.1 \times 10^{9} s^{-1}} = 9.68 \times 10^{-2} m = 9.68\ cm \qquad (٢)$$

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^{8} m/s}{46 \times 10^{6} s^{-1}} = 6.52\ m \qquad (٣)$$

(ج) التصنيف ضمن الطيف الكهرومغناطيسي،

(١) الضوء المرئي (الأزرق). (٢) الموجات الراديوية. (٣) الموجات الراديوية.

(١٤) إذا كان لفوتون موجة كهرومغناطيسية ساقطة على الذرة طاقة تكفي لتأيين الذرة، وكانت هذه الطاقة أكبر من $10\ eV$ مثلاً، وضّح ما هي المنطقة أو المناطق من الطيف الكهرومغناطيسي التي تلائم هذه الطاقة للإشعاع المؤيِّن وما لا تلائمها.

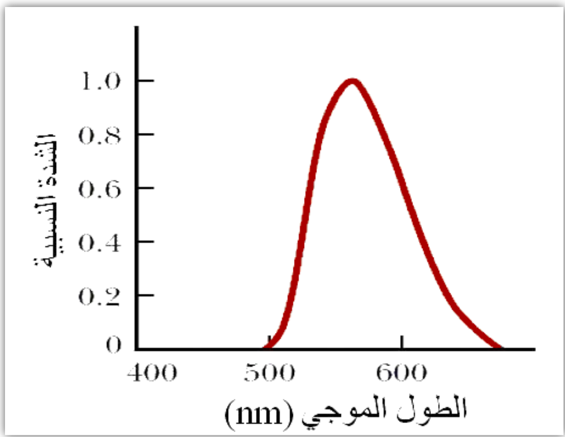
الحل :

$$f = \frac{E}{h} = \frac{(10\ eV)(1.6 \times 10^{-19} J/eV)}{6.626 \times 10^{-34} J.s} = 2.41 \times 10^{15}\ Hz$$

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^{8} m/s}{2.41 \times 10^{15}\ s^{-1}} = 1.24 \times 10^{-7} m = 124\ nm$$

ما دامت طاقة فوتون الإشعاع المؤيِّن أكبر من $10\ eV$ فإنه يقع ضمن طيف الأشعة فوق البنفسجية أو السينية أو أشعة گاما بطول موجي أقصر من $124\ nm$ وتردد أكبر من $2.41 \times 10^{15}\ Hz$.

(١٥) يبين الشكل المجاور طيف الضوء المنبعث من الحشرة المضيئة "اليراعة" firefly. (أ) احسب درجة حرارة الجسم الأسود الذي تكون ذروة إشعاعه بنفس الطول الموجي في الشكل المجاور. (ب) بناءً على هذه النتيجة بيِّن ما إذا كان إشعاع اليراعة هو اشعاع جسم أسود.



الحل: (أ) يتبين من الشكل أن إشعاع الذروة يحدث عند طول موجي يقارب $560\ nm$. وسينتج من قانون إزاحة ڤين ما يلي:

$$T = \frac{2.898 \times 10^{-3}\ m.K}{\lambda_{max}} = \frac{2.898 \times 10^{-3}\ m.K}{560 \times 10^{-9} m} = 5175\ K$$

(ب) من الواضح أن اليراعة ليست بهذه الدرجة الحرارية العالية، ولذا فهذا ليس إشعاع جسم أسود.

(١٦) درجة حرارة سلك تسخين كهربائي هي 150^{o}C. في أي طول موجي يصل الإشعاع المنبعث من سلك التسخين إلى ذروته؟

الحل :

$$T = 150^{o}\text{C} + 273 = 423\ \text{K}$$

طول موجة ذروة الإشعاع هي:

$$\lambda_{max} = \frac{2.898 \times 10^{-3}\ m.K}{T} = \frac{2.898 \times 10^{-3}\ m.K}{423\ K} = 6.85 \times 10^{-6} m = 6.85\ \mu m$$

ويقع هذا في المنطقة تحت الحمراء من الطيف الكهرومغناطيسي.

(١٧) سقط ضوء طول موجته $(550\ nm)$ على كل من البوتاسيوم والموليبدينوم والبلاتين والصوديوم. وتمتلك هذه العناصر دوال شغل $(1.74\ eV)$ و $(4.2\ eV)$ و $(6.35\ eV)$ و $(2.46\ eV)$ على التوالي.

(أ) أي من هذه العناصر سيُظهر تأثيراً كهروضوئياً حينئذ؟ وما السبب؟

(ب) جد الطاقة الحركية العظمى للإلكترونات الضوئية لكل حالة.

(ج) ما هو جهد الإيقاف المطلوب لإيقاف تيار الإلكترونات الضوئية؟

الحل: (أ) طاقة الفوتون الساقط بطول موجي $550\ nm$ تساوي:

$$E=\frac{hc}{\lambda}=\frac{(6.626\times10^{-34}J.s)(3\times10^{8}m/s)}{550\times10^{-9}m}=3.614\times10^{-19}J$$

$$=3.614\times10^{-19}J\times\frac{1eV}{1.6\times10^{-19}J}=2.258\ eV$$

وبمقارنة هذه الطاقة $(2.258\ eV)$ مع دوال الشغل للعناصر يتبين أن البوتاسيوم فقط سيُظهر تأثيراً كهروضوئياً لأن دالة الشغل له تقل عن طاقة الفوتون الساقط.

(ب) للبوتاسيوم،

$$E_{k_{max}}=E-W_o=2.258\ eV-1.74\ eV=0.518\ eV$$

أما باقي المعادن فلم تُظهر تأثيراً كهروضوئياً، ولهذا فلا توجد إلكترونات ضوئية كي نحسب طاقتها الحركية العظمى.

(ج)

$$E_{k_{max}}=eV_s\quad\Rightarrow\quad V_s=\frac{E_{k_{max}}}{e}=\frac{0.518\ eV}{e}=0.518\ V$$

(١٨) أضيء سطح من الصوديوم بإشعاع طوله الموجي $300\ nm$، وكانت دالة الشغل لمعدن الصوديوم هي $2.46\ eV$ ، (أ) جد الطاقة الحركية العظمى للإلكترونات الضوئية المنبعثة. (ب) جد طول موجة القطع للصوديوم.

الحل: (أ) طاقة الفوتون الساقط E هي:

$$E=hf=h\frac{c}{\lambda}=6.626\times10^{-34}J.s\frac{3\times10^{8}m/s}{300\times10^{-9}m}=6.626\times10^{-19}J$$

$$=\frac{6.626\times10^{-19}J}{1.6\times10^{-19}J/eV}=4.14\ eV$$

والطاقة الحركية العظمى للإلكترونات الضوئية المنبعثة ستكون:

$$E_{k_{max}}=hf-W_o=4.14-2.46=1.68\ eV$$

(ب)

$$\lambda_c=\frac{hc}{W_o}=\frac{(6.626\times10^{-34}J.s)(3\times10^{8}m/s)}{(2.46\ eV)(1.6\times10^{-19}J/eV)}=505\ nm$$

(١٩) سقطت حزمة إشعاع أحادي اللون على هدف من الباريوم له دالة شغل مقدارها $2.5\ eV$. فإذا كان اللازم تسليط جهد مقداره $1V$ لإعادة كل الإلكترونات المنبعثة، فما هو طول موجة حزمة الإشعاع؟

(أ) $355\ nm$ (ب) $497\ nm$ (ج) $744\ pm$ (د) $1.42\ \mu m$ (هـ) لا شيء من هذه الإجابات.

الحل :

$$E_{k_{max}} = eV_s = e(1V) = 1\ eV$$

$$E_{k_{max}} = hf - W_o = \frac{hc}{\lambda} - W_o$$

$$\lambda = \frac{hc}{W_o + E_{k_{max}}} = \frac{(6.626 \times 10^{-34} J.s)(3 \times 10^8 m/s)}{(2.5\ eV + 1\ eV)(1.6 \times 10^{-19} J/eV)} = 355\ nm$$

(٢٠) استُعمل مصدرا ضوء في تجربة الظاهرة الكهروضوئية لحساب دالة الشغل لسطح معدني معيَّن، أحدهما ضوء أخضر من مصباح زئبق $(\lambda = 546.1\ nm)$. وكان جهد الإيقاف المطلوب حينئذ لتقليل تيار الإلكترونات الضوئية إلى الصفر هو $0.376\ V$.

(أ) استناداً إلى هذا القياس، ما هي دالة الشغل للزئبق؟

(ب) ما هو جهد الإيقاف عند استخدام الضوء الأصفر من أنبوب تفريغ هيليوم $(\lambda = 587.5\ nm)$؟

الحل : (أ)

$$E_{k_{max}} = eV_s = 0.376\ eV$$

$$W_o = hf - E_{k_{max}} = h\frac{c}{\lambda} - E_{k_{max}}$$

$$= \frac{(6.626 \times 10^{-34} J.s)(3 \times 10^8 m/s)}{(546.1 \times 10^{-9} m)(1.6 \times 10^{-19} J/eV)} - 0.376\ eV$$

$$= 2.27\ eV - 0.376\ eV = 1.89\ eV$$

(ب) طاقة فوتون الضوء الأصفر الذي له طول موجي $(\lambda = 587.5\ nm)$ هي:

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{(6.626 \times 10^{-34} J.s)(3 \times 10^8 m/s)}{(587.5 \times 10^{-9} m)(1.6 \times 10^{-19} J/eV)} = 2.11\ eV$$

ولهذا فإن الطاقة العظمى التي يمكن أن تكسبها الإلكترونات المتحررة هي:

$$E_{k_{max}} = hf - W_o = 2.11 - 1.89 = 0.22\ eV$$

وسيكون جهد الإيقاف:

$$V_s = \frac{E_{k_{max}}}{e} = \frac{0.22\ eV}{e} = 0.22\ V$$

(٢١) تبلغ دالة الشغل للخارصين $4.31\ eV$. (أ) جد طول موجة القطع للخارصين. (ب) ما هو أقل تردد للضوء الساقط على الخارصين الذي يحرر إلكترونات ضوئية من سطحه؟ (ج) إذا سقطت فوتونات بطاقة $5.5\ eV$ على الخارصين، ما هي أقصى طاقة حركية للإلكترونات الضوئية المنطلقة؟

الحل : (أ)

$$\lambda_c = \frac{hc}{W_o} = \frac{(6.626 \times 10^{-34} J.s)(3 \times 10^8 m/s)}{(4.31\ eV)(1.6 \times 10^{-19} J/eV)} = 288\ nm$$

(ب) أقل تردد هو تردد القطع

$$f_c = \frac{c}{\lambda_c} = \frac{3 \times 10^8 m/s}{288 \times 10^{-9} m} = 1.04 \times 10^{15} Hz$$

(ج)

$$E_{k_{max}} = E - W_o = 5.5 - 4.31 = 1.19\ eV$$

فهرست الفصل الأول

مصادر الفصل الأول

١- الفيزياء الذرية، د. طالب ناهي الخفاجي و د. عباس حمادي و د. هرمز موشي.

٢- مفاهيم في الفيزياء الحديثة، آرثر بايزر، ترجمة الطبعة الثانية.

3- Introduction to Atomic and Nuclear Physics, Semat and Albright, Fifth Edition.

4- Concepts of Modern Physics, Arthur Beiser, Sixth Edition.

5- Modern Physics, A. Serway, J. Moses and A. Moyer, Third Edition.

6- Modern Physics, Paul A. Tipler and Ralph A. Llewellyn, Sixth Edition.

7- Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics, A. Serway and W. Jewett, eighth edition.

8- 1000 Solved Problems in Modern Physics, A. Kamal.

فهرست الفصل الثاني

مصادر الفصل الثاني

١- الفيزياء الذرية، د. طالب ناهي الخفاجي و د. عباس حمادي و د. هرمز موشي.

2- Concepts of Modern Physics, Arthur Beiser, Sixth Edition.

3- Fundamentals of physics- Halliday, Resnick, Walker—10th ed. 2014

4- Introduction to Atomic and Nuclear Physics, Semat and Albright, Fifth Edition.

5- Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics, Serway and Jewett, 9th ed. 2014.